

# 不對稱 GARCH 模型的研究

## A Study on the Asymmetric GARCH Model

林楚雄 *Chu-Hsiung Lin* (管理學報八十八年度論文獎)

義守大學企管系副教授

Associate Professor

Department of Business Administration

I-Shou University

劉維琪 *Victor Wei-Chi Liu*

國立中山大學校長

President

National Sun Yat-Sen University

吳欽杉 *Chin-Shun Wu*

國立雲林科技大學管理學院院長

Dean of Management College

National Yunlin University of

Science and Technology

(Receive March 5, 1999; First Revised May 5, 1999; Accepted May 25, 1999)

本期(第十六卷第三期)學報處理情況:

本期收到來稿	46
前期審看中	42
前期退回作者修改中	48

---

共 計	136
-----	-----

本期處理情況	
審看中	43
退回修改中	41
退稿	44
刊登	8

---

就刊登稿件而言, 本期接受率為15.4%

管理學報 第十六卷第三期抽印本

中華民國八十八年九月

Reprinted from

Chinese Management Association

***Journal of Management***

Vol. 16 No.3 September 1999

# 不對稱 GARCH 模型的研究

## A Study on the Asymmetric GARCH Model

林楚雄 *Chu-Hsiung Lin*

義守大學企管系副教授

Associate Professor

Department of Business Administration

I-Shou University

劉維琪 *Victor Wei-Chi Liu*

國立中山大學校長

President

National Sun Yat-Sen University

吳欽杉 *Chin-Shun Wu*

國立雲林科技大學管理學院院長

Dean of Management College

National Yunlin University of

Science and Technology

(Receive March 5, 1999; First Revised May 5, 1999; Accepted May 25, 1999)

摘要：本研究提出一個可以偵測波動不對稱性與資訊程度偏誤效果的 GARCH 模型(本文稱為門檻轉換 GARCH 模型)，並探討其統計特性。此外，本研究以台灣股票市場的股價報酬資料進行門檻轉換 GARCH 模型的實證研究。資料期間是從民國 76 年 1 月 6 日至民國 86 年 12 月 31 日的日資料，樣本點共計 3151 個。根據門檻轉換 GARCH 模型與一些不對稱 GARCH 模型對台灣股票市場的股價報酬資料進行波動行為的比較結果，顯示本研究的門檻轉換 GARCH 模型在解釋台灣股票市場波動的行為能力，較傳統的一些不對稱 GARCH 模型為好。此外，根據門檻轉換 GARCH 模型對台灣股票市場股價報酬波動行為的實證結果，顯示波動的行為具有 ARCH 效果、不對稱性以及資訊程度偏誤等特性。除此之外，本研究再以民國 78 年 10 月 11 日至 86 年 12 月 31 日的子樣本，進行模式穩健性的檢驗與波動行為結構性改變的探討。實證結果發現空頭時期台灣股價波動水準與波動持續性不同於多頭時期的波動行為過程：在空頭時期的波動水準大於多頭時期的波動水準，並且多頭時期波動的持續性較空頭時期波動的持續性為強。在子樣本期間模式穩健性的檢驗上，實證結果也顯示門檻轉換 GARCH 模型的配適性，仍然較傳統不對稱 GARCH 模型解釋波動能力為好。

關鍵字：波動、自我迴歸條件異質變異數模型、不對稱效果、訊息到達

ABSTRACT: This study proposes a Threshold-Switching GARCH model which can not only capture an asymmetric reaction of the conditional volatility to the arrival of news but also the behavior of news size bias effects. This study also discuss the statistical characteristics of the Threshold-Switching GARCH model. In this study I use the data of Taiwan stock price to evaluate the validity of the Threshold-Switching GARCH model. The sample period is from January 6, 1987 to December 31, 1997, the number of which is 3151. With the application of the Threshold-Switching GARCH model and some asymmetry GARCH models to study

the volatility of Taiwan stock price, the empirical results are shown that the Threshold-Switching GARCH model is better than some traditional asymmetric GARCH models in capturing the behavior of volatility. Moreover, the empirical results of volatility of Taiwan stock price indicate that the behaviors of volatility have GARCH effects, asymmetric reaction and news size bias effect. In order to test the robustness of the Threshold-Switching GARCH model, the sub-sample from October 11, 1989 to December 31, 1997 is chosen to discuss the structural change of the volatility behavior. The empirical result indicates that the level and persistence of volatility in the bear period are different from those in the bull period. The level of the volatility in the bear period is higher than that in the bull period. The volatility in the bull period is more persistent than that in the bear period. The test of the robustness in the sub-sample indicates that the fitness of the Threshold-Switching GARCH model is still better than that of the traditional GARCH models.

KEYWORDS: volatility, ARCH model, asymmetric effect, arrival of news

## 壹、前言

股票報酬波動的估計，對於財務領域中如選擇權定價，資產定價以及動態避險策略的應用極其重要。尤其自從 1987 年 10 月美國股市發生大崩盤事件以來，金融市場波動的預測，一直是財務經濟領域的研究課題。

最近的研究證據 (Bollerslev et. al., 1992)顯示金融資產價格波動具有可預測性，因此許多預測波動的研究方法被提出。目前最受歡迎的波動模型是由 Engle(1982)所提出的自我迴歸條件異質變異數模型(Autoregression Conditional Heteroscedastic Model; ARCH Model)，以及 Bollerslev(1986)擴充 ARCH 模型的 GARCH 模型。然而，由於 ARCH 或 GARCH 模型中，條件變異數表為過去未預期變動平方的函數，因此無法偵測如 Black (1976), Christie (1982), French, Schwert 與 Stambaugh (1987), Nelson (1990), Schwert (1990)等研究者所發現好消息與壞消息對於未來股價的波動具有不同的預測能力。因此若好消息與壞消息對條件波動有不同的預測能力，例如壞消息比好消息所引發的波動為大，則忽略不對稱效果的波動模型會在壞消息之後低估波動量，而在好消息之後高估波動量，而導致波動預測能力的降低。

因此一些學者在 GARCH (ARCH)模型的結構下，發展具有預測波動不對稱性的 GARCH 模型；例如 Engle (1990)的不對稱 GARCH 模型 (Asymmetric GARCH Model)、Nelson (1991)的指數型 GARCH 模型(Exponential GARCH Model)、Zakolin (1991)的門檻 ARCH 模型 (Threshold ARCH Model)、Campbell 與 Hentschel (1992)的二次式 GARCH 模型 (Quadratic GARCH Model)、Engle 與 Ng (1993)的 V 字型 GARCH 模型以及非線性不對稱 GARCH 模型 (Nonlinear Asymmetric GARCH Model)、Glosten, Jagannathan 與 Runkle (1993)的 GARCH 模型 (GJR Model)、Ding 等人 (1993)的不對稱冪級數 ARCH 模型(Asymmetric Power ARCH Model)、Fornari 與 Mele (1997)的符號轉換 GARCH 模型(Sign-Switching GARCH Model)與波動轉換 GARCH 模型(Volatility-Switching GARCH Model)以及 Hentschel (1995)的不對稱 GARCH 模型族等，以上所提及的不對稱 GARCH 模型整理於表 1。

在股票市場的波動行為實證研究上，普遍發現股票市場存在不對稱性。在國外文獻方面，Nelson (1991)利用 EGARCH 模型研究發現美國股市報酬波動具有不對稱性的現象。Campbell 與 Hentschel (1992)利用 QGARCH 模型研究美國股票月報酬與日報酬的負偏與超額峰態的特性。Rabemananjara 與 Zakolin (1993)利用門檻 ARCH 模型研究法國股票市場的報酬，發現條件有不對稱性的證據，並且指出不對稱性可能會因為衝擊程度的大小而反轉。Engle 與 Ng (1993)利用日本的股票市場資料來比較 EGARCH 模型、AGARCH 模型、NGARCH 模型、VGARCH 模型與 GJR 模型等，在捕捉條件波動不對稱性的優劣，指出 GJR 模型是最好的不對稱參數波動模型。Braun, Nelson 與 Sunier (1995)利用 EGARCH 模型研究美國股票市場，發現好消息與壞消息對市場波動具有不對稱性。Fornari 與 Mele (1997)利用波動轉換 GARCH 模型與 GJR 模型對英國、美國、香港、義大利、新加坡、日本與南非等七國的股票市場資料進行實證研究，發現股票市場的條件波動具有不對稱性。Hentschel (1995)利用所發展的 GARCH 模型群對美國股市進行研究，發現具有顯著的不對稱性效果。國內實證文獻上，王姓 (1995)利用幾個不對稱 GARCH 模型對台灣股票市場進行實證研究，發現 GJR 模型比其他傳統的不對稱模型更能掌握台灣股票市場波動的不對稱性行為。劉曦敏與葛豐瑞 (1996)利用 GJR 模型來探討風險與報酬的關係時，也發現台灣股市具有波動的不對稱性。林楚雄，劉維琪與吳欽杉 (1997)研究台灣股票集中市場報酬期望值與波動之關係時，發現波動行為具有不對稱性。林楚雄，劉維琪與吳欽杉 (1999)研究發現台灣股票店頭市場的波動行為具有不對稱性。

然而股票市場的波動行為除了具有不對稱性之外，Engle 與 Ng (1993)的研究指出波動的行為尚具有正向規模偏誤效果(positive size bias effect)與負向規模偏誤效果(negative size bias effect)。然而傳統的不對稱的 GARCH 模型，並無法捕捉到如上述的波動行為特性，導致探討波動行為具有資訊程度偏誤效果的實證文獻相當缺乏。因此本研究旨在建立一個同時可偵測波動不對稱效果與資訊規模偏誤效果的不對稱 GARCH 模型(本文以下稱為門檻轉換 GARCH 模型)。此外，並應用門檻轉換 GARCH 模型於台灣股票市場的波動行為研究。在實證研究的結果上，支持門檻轉換 GARCH 模型優於一些傳統的不對稱 GARCH 模型(如 GJR 模型與 EGARCH 模型)。此外實證結果顯示本文的門檻轉換 GARCH 模型，較能捕捉台灣股市波動的行為特性。本文其餘內容如下：第二節說明門檻轉換 GARCH 模型的結構並探討模型的統計特性，第三節為實證研究，第四節為結論與建議。

表 1 不對稱 GARCH 模型一覽表

不對稱 GARCH 模型	不對稱參數
模型 1: AGARCH (Engle, 1990) $h_t^2 = w + \alpha(\varepsilon_{t-1} + \gamma)^2 + \beta h_{t-1}^2$	$\gamma$
模型 2: EGARCH 模型 (Nelson, 1991) $\log h_t^2 = w + \beta \log h_{t-1}^2 + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} + \alpha \left[ \frac{ \varepsilon_{t-1} }{h_{t-1}} - \sqrt{2/\pi} \right]$	$\gamma$
模型 3: TGARCH 模型 (Zakoian, 1991) $h_t = w + \alpha_1^+ \varepsilon_{t-1}^+ - \alpha_1^- \varepsilon_{t-1}^- + \beta_1 h_{t-1}$	$\alpha_1^+, \alpha_1^-$
模型 4: GJR 模型 (Glosten et al., 1993) $h_t^2 = w + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + \gamma S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2$	$\gamma$
模型 5: A-PARCH 模型 (Ding et al., 1993) $h_t^\delta = w + \alpha( \varepsilon_{t-1}  - \gamma \varepsilon_{t-1})^\delta + \beta h_{t-1}^\delta$	$\gamma$
模型 6: NGARCH 模型 (Engle and Ng, 1993) $h_t^2 = w + \alpha(\varepsilon_{t-1} + \gamma \cdot h_{t-1})^2 + \beta \cdot h_{t-1}^2$	$\gamma$
模型 7: VGARCH 模型 (Engle and NG, 1993) $h_t^2 = w + \alpha \left( \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} + \gamma \right)^2 + \beta \cdot h_{t-1}^2$	$\gamma$
模型 8: SGARCH 模型 (Fornari and Mele, 1997) $h_t^2 = w + \beta \cdot h_{t-1}^2 + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \cdot S_{t-1}$	$\gamma$

資料來源：本研究整理

## 貳、門檻轉換 GARCH 模型

### 一、模型結構

為了要反應波動的不對稱性與資訊程度偏誤效果等行為特性，門檻轉換 GARCH 模型的設定方式，是運用虛擬變數(dummy variable)的方法，來將訊息對波動的影響，區分為好消息對波動的影響以及壞消息對波動的影響，來使得模型可以同時偵測不同程度的好(壞)消息對於波動的影響效果與不對稱性的效果。門檻轉換 GARCH 模型的結構與符號說明如下：

令  $\varepsilon_t$  表示未預期變動或衝擊 (innovation); 正的  $\varepsilon_t$  表示有好的資訊，負的  $\varepsilon_t$  表示有不好的資訊。 $|\varepsilon_t|$  的值愈大表示此資訊是「顯著」或是「大的」。It-1 為 t-1 期可獲得的資

訊集合。 $N(0, h_t^2)$  表示為一個平均數為 0，變異數為  $h_t^2$  的常態分配。門檻轉換 GARCH(p,m,q) 模型為：

$$\varepsilon_t \equiv \eta_t \cdot h_t, \quad \varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, h_t^2) \tag{1}$$

$$h_t^2 = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i^+ S_{t-i}^+ \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^m \alpha_k^- S_{t-k}^- \varepsilon_{t-k}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2 \tag{2}$$

$$S_t^- = 1 \quad \text{若 } \varepsilon_t < 0 \tag{3-1}$$

$$S_t^- = 0 \quad \text{其他情況} \tag{3-2}$$

$$S_t^+ = 1 - S_t^- \tag{3-3}$$

式中， $\eta_t$  為獨立同態隨機變數； $p \geq 0, m \geq 0$  與  $q \geq 0$  分別表示為正向未預期變動平方項的前期期數、負向未預期變動平方項的前期期數與波動的前期期數。 $S_t^+$  與  $S_t^-$  為兩個虛擬變數，主要是用來分別探討好消息與壞消息對條件波動的影響效果。 $S_t^-$  的定義為：當未預期變動為負值時，則  $S_t^- = 1$ ；但若未預期變動為正值或 0 時，則  $S_t^- = 0$ 。 $S_t^+$  的定義與  $S_t^-$  相反。 $w, \alpha_i^+, i=1, \dots, p, \alpha_k^-, k=1, \dots, m, \beta_j, j=1, \dots, q$  皆為非隨機的實數參數。為了確保模型中的條件變異數為正值，參數必須滿足限制條件： $w > 0, \alpha_i^+ \geq 0, \alpha_k^- \geq 0, \beta_j \geq 0$ 。門檻轉換 GARCH 模型中，若參數  $\alpha_i^+ = \alpha_k^-$ ，則縮減為 Bollerslev (1986) 的 GARCH 模型，因此 GARCH 模型包含於本文的門檻轉換 GARCH 模型中。當  $p=m=q=1$ ，則門檻轉換 GARCH 模型縮減為(4)式

$$h_t^2 = w + \alpha_1^+ S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1^- S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 \tag{4}$$

此外，若將(4)式中的  $S_{t-1}^-$  與  $S_{t-1}^+$ ，分別以  $S_{t-1}^- = \frac{\varepsilon_{t-1} - |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}}$  與  $S_{t-1}^+ = \frac{\varepsilon_{t-1} + |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}}$  加

以替換，並重新整理(4)式，則可以得到另外一個表示式：

$$\begin{aligned} h_t^2 &= w + \alpha_1^+ \frac{\varepsilon_{t-1} + |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1^- \frac{\varepsilon_{t-1} - |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 \\ &= w + \left( \frac{\alpha_1^+ + \alpha_1^-}{2} \right) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + \alpha_1^+ \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2 - \alpha_1^- \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2 \\ &= w + g_0 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + g_1 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 - g_2 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \end{aligned} \tag{5}$$

式中， $g_0 = \frac{\alpha_1^+ + \alpha_1^-}{2}$ ， $g_1 = \frac{\alpha_1^+}{2}$ ， $g_2 = \frac{\alpha_1^-}{2}$ 。在分析門檻轉換 GARCH 模型如何反應好消息與壞消息對條件波動的不同影響效果時，本研究利用 Engle 與 Ng (1993) 所提出的資訊影響曲線(news impact curve)加以說明。首先將(4)式改寫為(6)式與(7)式：

$$\text{當 } \varepsilon_{t-1} > 0 \quad h_t^2 = w + \alpha_1^+ \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 \quad (6)$$

$$\text{當 } \varepsilon_{t-1} < 0 \quad h_t^2 = w + \alpha_1^- \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 \quad (7)$$

(6)式與(7)式分別表示為好消息的條件波動方程式與壞消息的條件波動方程式。其次，根據(6)式與(7)式，可得出門檻轉換 GARCH 模型的資訊影響曲線方程式為(8)與(9)式：

$$\text{當 } \varepsilon_{t-1} > 0 \quad h_t^2 = A + \alpha_1^+ \varepsilon_{t-1}^2 \quad (8)$$

$$\text{當 } \varepsilon_{t-1} < 0 \quad h_t^2 = A + \alpha_1^- \varepsilon_{t-1}^2 \quad (9)$$

式中， $A \equiv w + \beta \sigma^2$ ， $\sigma^2$  為未預期變動的非條件變異數。透過(8)式與(9)式的參數  $\alpha_1^+$  與  $\alpha_1^-$  值的比較分析，門檻轉換 GARCH 模型不僅可以反應波動的不對稱性，也可以偵測到不同程度的正向未期望變動與不同程度的負向未期望變動對條件波動的不同影響。例如當參數  $\alpha_1^+ > 0$  時，表示規模越大的正向未期望變動所引發的波動比小規模的正向未期望變動所引發的波動為大(正程度規模偏誤效果)。同理，當  $\alpha_1^- > 0$  時，則規模越大的負向未期望變動所引發的波動大於小規模負向未期望變動所引發的波動(負程度規模偏誤效果)。此外，比較參數  $\alpha_1^+$  與  $\alpha_1^-$  的大小值；例如  $\alpha_1^+ < (>) \alpha_1^-$ ，表示負向未期望變動所引發的波動會大於(小於)正向未期望變動所引起的波動。

## 二、非條件動差與波動的預測公式

門檻轉換 GARCH(1,1,1)模型的非條件二階與四階動差以及峰態係推導如下(證明請見附錄)：

$$E(\varepsilon^2) = w \cdot (1 - g_0 - \beta)^{-1} \quad (10)$$

$$E(\varepsilon^4) = \frac{3w^2(1 - g_0 - \beta) + 6w^2(g_0 + \beta)}{(1 - g_0 - \beta)(1 - 3g_0^2 - \beta^2 - 3g_1^2 - 3g_2^2 - 2g_0\beta)} \quad (11)$$

的期望值會以  $(g_0 + \beta)$  的遞減率回歸到非條件變異數  $\sigma^2$ 。其次，從(17)式的第二項  $(h_{t+1}^2 - \sigma^2)$  可知，若忽略了好消息與壞消息對於條件波動的不同的影響程度，則會影響未來波動的估計，進而降低波動的預測能力。

## 參、我國股票市場波動行為的實證研究

本節主要根據第二節的門檻轉換 GARCH 模型，以台灣股票市場為研究對象，進行模型的比較分析，並探討台灣股票市場條件波動的行為特性。在進行門檻轉換 GARCH 模型的實證研究，本研究同時又估計了文獻中所提出的八個不對稱 GARCH 模型，以作為門檻轉換 GARCH 模型的比較基礎。這七個模型分別為 Engle (1990) 的不對稱 GARCH 模型 (AGARCH) 或 Campbell 與 Hentschel (1992) 的二次式 GARCH 模型、Zakoian (1991, 1993) 的門檻 GARCH 模型 (TGARCH)、Nelson (1991) 的指數 GARCH 模型 (EGARCH)、Glosten, Jagannathan 與 Runkle (1993) 的 GJR 模型、Engle 與 Ng (1993) 的非線性不對稱 GARCH 模型 (NGARCH) 以及 V 字型 GARCH 模型 (VGARCH)、Fornari 與 Mele (1997) 的符號轉換 GARCH 模型 (SGARCH) 等。

### 一、資料來源與說明

台灣股票市場的股價資料是採取台灣證券交易所每日發佈的加權股價收盤指數，資料取自台灣經濟新報資料庫。股價資料選取的期間是從民國 76 年 1 月 6 日至民國 86 年 12 月 31 日為止的日資料進行分析，樣本點(交易日)共 3151 個。本文是採用 RATS 4.3 軟體進行資料的分析與模型的估計。

本研究選擇此樣本期間的理由為：在這一段長達 11 年的樣本期間中，台灣股市歷經了結構性的變化；包含三次股價漲跌幅的調整與股市多空時期。第一次漲跌幅限制調整時期為民國 76 年 10 月 27 日漲跌幅限制由 5% 調降為 3%。第二次是在民國 77 年 11 月 10 日漲跌幅限制由 3% 恢復為 5%。最後一次為民國 78 年 10 月 11 日將漲跌幅限制由 5% 調升為 7%。在這一段樣本期間中，股市也經歷多空時期的變化，例如民國 76 年 1 月 6 日(加權股價指數 1063.13)至 78 年 10 月 9 日(加權股價指數 9966.58)不到三年期間，股價指數呈現急速往上攀升趨勢，期末股價指數為期初股價指數的 9.38 倍，可代表多頭時期。從民國 78 年 10 月 11 日到民國 82 年 7 月 21 日的期間，股價指數呈現往下降的趨勢：加權股價指數從 10287.08 點降到 3906.97 點，期初股價指數為期末股價指數的 2.63 倍，可代表為空頭時期。從民國 82 年 7 月 22 日(加權股價指數 3,932.15)至 86 年 12 月 31 日(加權股價指數 8,187.27)，期末股價指數為期初股價指數的 2.08 倍，則代表另一次的多頭時期。



除了以全部樣本期間(76年1月6日至86年12月31日)作為探討波動的行為特性與比較模型配適性的資料之外，本研究又考慮模型的配適性與股價波動行為可能會受到不同漲跌幅限制改變的影響，因此將漲跌幅限制的因素控制在7%的時期(78年10月11日至86年12月31日)，進一步探討門檻轉換 GARCH 模型的穩健性與台灣股價波動行為結構性的變化。

## 二、資料處理與分析

將全部樣本期間的台灣股價指數走勢情況，描繪在圖1。從股價指數走勢圖中，我們很容易的看出股價變動的趨勢與起伏的情況，呈現不平穩 (non-stationarity) 的狀態。因此有必要在使用股價資料進行模式估計之前，檢定股價序列資料是否為平穩過程 (stationary process)。本研究採取擴展型的 Dickey 與 Fuller (1979,1981) 方法，檢定股價序列是否具有單根。擴展型的 Dickey 與 Fuller 單根檢定迴歸式為：

$$\Delta P_t = b_0 + b_1 t + b_2 P_{t-1} + \sum_{s=1}^k C_s \Delta P_{t-s} + u_t \quad (18)$$

式中， $\Delta$  表示一階差分運算子， $t$  為時間趨勢， $u_t$  為白噪音過程。檢定股價平穩的假設為  $H_0: b_2 = 0$  (股價資料具有單根) 以及對立假設  $H_1: b_2 < 0$ 。若接受虛無假設，則表示  $\{P_t\}$  為不平穩。檢定結果在 1% 顯著水準下， $t$  檢定統計值  $-2.22$  小於臨界值  $-3.96$ ，因此接受股價序列具有單根的虛無假設。

由單根的統計檢定結果，也證實了股價指數序列呈現不平穩的特性。因此必須將股價指數序列資料轉換為平穩型的序列資料。轉換的方法是將股價指數取自然對數之後的一階差分，亦即  $r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ ，其中  $P_t$  表第  $t$  日股價收盤指數， $r_t$  則代表第  $t$  日股價變動(股價報酬率)。

圖2是描繪報酬率序列資料的變動情形。表1為日報酬序列的一些敘述性統計檢定結果的摘要，包括平均數、標準差、偏態係數與峰態係數、Kolmogorov-Smirnov 常態分配檢定統計量、Ljung-Box 統計檢定量與單根檢定。從表1報酬序列單根檢定的結果，得知在 1% 顯著水準下，報酬序列已具備平穩的特性。因此在進行所有 GARCH 模型的實證分析時，是使用股價報酬的資料來進行模型的估計與波動行為的探討。從表1報酬序列資料的檢定結果，顯示在 5% 顯著水準下，不能拒絕報日酬率等於零的假設。另外，報酬序列的偏態係數值與峰態係數值分別為  $-0.29593$  與  $4.48493$ ，在 5% 顯著水準下，顯著不等於零，顯示在樣本期間中，報酬序列呈現不對稱 (負偏) 的高峰分配。

在檢定資料的序列相關時，本研究利用 Ljung-Box (1978) 的  $Q$  統計量來檢定報酬序列與報酬平方序列。在 1% 顯著水準下，其檢定統計值  $Q(6)$  與  $Q^2(6)$  分別為  $89.88$  與  $2242.0913$ ，

大於服從自由度為 6 的  $\chi^2$  分配臨界值 16.81，棄卻報酬序列為白噪音過程，顯示報酬序列具有一階與二階動差自我相關的特性。

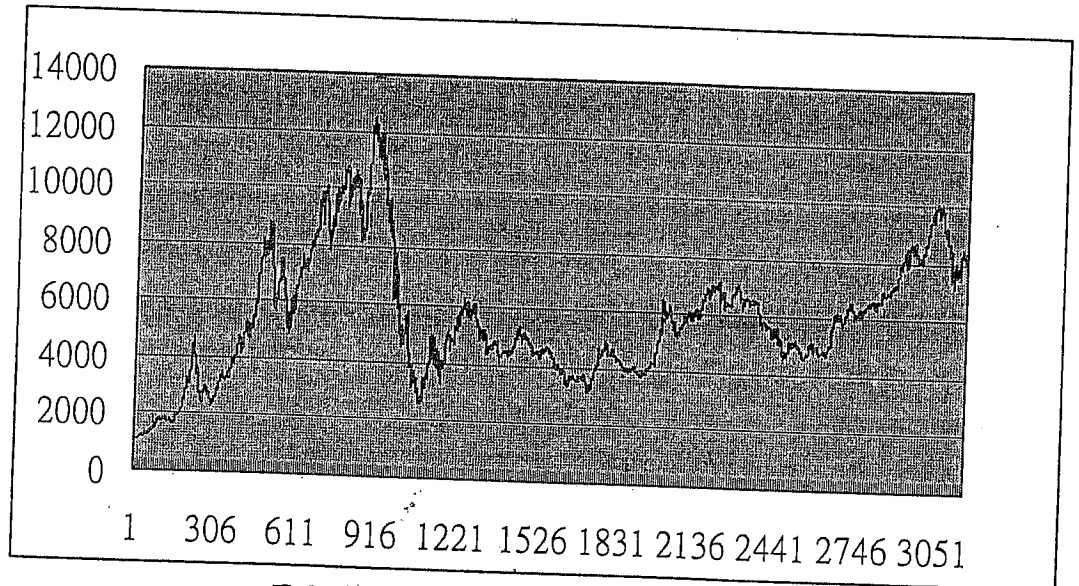


圖 1 台灣股票市場加權股價指數圖

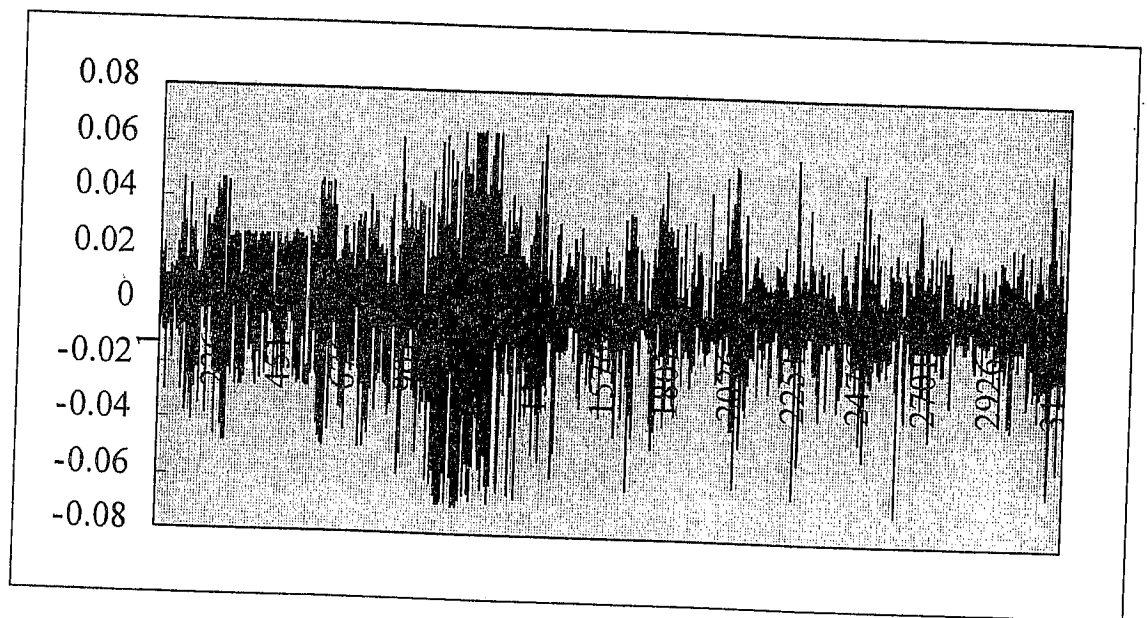


圖 2 台灣股票市場股價指數日報酬圖

表 2 報酬序列資料的統計檢定量摘要

樣本期間	76/1/6-86/12/31 日資料		
觀察值	3151		
平均數	$6.48 \times 10^{-4}$ *	標準差	$2.03 \times 10^{-2}$
偏態係數	-0.2959***	峰態係數	4.4849***
K-S <sup>1</sup>	0.0841***	ADF <sup>2</sup>	-27.83***
Q(6) <sup>3</sup>	89.88**	Q <sup>2</sup> (6)	2242.09***
Q(12)	106.30**	Q <sup>2</sup> (12)	4201.43***
Q(18)	125.83**	Q <sup>2</sup> (18)	5712.05***

\*表示在 10%顯著水準下顯著；\*\*表示在 5%顯著水準下顯著；\*\*\*表示在 1%顯著水準下顯著。

<sup>1</sup> K-S 表示 Kolmogorov-Smirnov 常態分配檢定統計量，在常態分配的虛無假設下，10%檢定水準的棄卻值為 0.0270；5%檢定水準的棄卻值為 0.0301；1%檢定水準的棄卻值為 0.0306。

<sup>2</sup> ADF 表示擴展型的 Dickey-Fuller 單根檢定，若要檢定  $\{r_t\}$  是否具有單根，則估計模式

$$\Delta r_t = b_0 + b_1 t + b_2 r_{t-1} + \sum_{s=1}^k C_s (\Delta r)_{t-s} + u_t$$

其中， $\Delta$  表示一階差分運算子， $t$  為時間趨勢。

檢定虛無假設  $H_0: b_2 = 0$  與對立假設  $H_1: b_2 < 0$ 。若接受虛無假設，表示  $\{r_t\}$  有單根。在 10%顯著水準下的臨界值為 -3.12；在 5%顯著水準下的臨界值為 -3.41；在 1%顯著水準下的臨界值為 -3.96。

<sup>3</sup> Q(6)與 Q<sup>2</sup>(6)表示為落後 6 階的 Ljung-Box 統計檢定值，分別檢定報酬序列與報酬序平方序列的序列相關。在 10%顯著水準下的臨界值為 10.65；在 5%顯著水準下的臨界值為 12.59；在 1%顯著水準下的臨界值為 16.81。Ljung-Box 統計量計算式為： $Q(N) = T(T+2) \sum_{j=1}^N (\rho_j^2 / T - j)$ ，其中  $\rho_j$  表落後  $j$  期的樣本相關係數， $T$  表樣本數。

### 三、不對稱 GARCH 實證模型

以下說明本研究在進行 GARCH 模型實證研究時，對於條件平均數與條件變異數方程式的設定方式。

#### (一)條件平均數方程式的設定

根據表 2 的分析結果，報酬序列具有一階與二階自我相關。因此本研究在條件平均數方程式的設定上，採取自我迴歸模型來描述報酬序列的一階自我相關行為：

$$r_t = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i r_{t-i} + \varepsilon_t \quad (19)$$

在決定(19)式的自我相關期數  $n$  時，本研究採用 Akaike (1973)情報準則 (Akaike's information criterion, AIC)以及 Schwarz (1978)準則 (Schwarz's criterion, SC)來決定自我相關的最適落後期數。根據 Akaike 準則與 Schwarz 準則，最適落後期數  $k$  為能使 AIC(k)與 SC(k)為最小值。AIC 函數與 SC 函數分別寫為(20)式與(21)式

$$AIC(k) = T \cdot \ln \sigma_k^2 + 2k \quad (20)$$

$$SC(k) = T \cdot \ln \sigma_k^2 + k \cdot \ln T \quad (21)$$

式中  $k$  表落後期數， $T$  表樣本數， $\sigma_k^2$  表落後期數為  $k$  時的  $\sum_{i=1}^T \varepsilon_i^2$ 。在決定落後期數  $k$  時，本研究設定  $k=1\sim 10$ ，分別計算  $AIC(k)$  及  $SC(k)$  值。根據表 3 的計算結果，在  $k=3$  時， $AIC$  函數值為 751.38 與  $SBC$  函數值為 775.59 分別為最低。因此條件平均數方程式的自我迴歸模型設定為：

$$r_t = a_0 + \sum_{i=1}^3 a_i r_{t-i} + \varepsilon_t \quad (22)$$

## (二) 未期望報酬變動( $\varepsilon_t$ )的統計分析

在建立條件變異數方程式之前，本研究先對報酬率方程式殘差項進行診斷檢定，初步分析報酬波動的行為過程。主要的檢定包括偏態係數、峰態係數的計算、ARCH 效果以及不對稱性 ARCH 效果的檢定。

為了能對  $\varepsilon_t$  進行檢定分析，本研究先以 Box-Jenkins (1976) 所建議的方式估計報酬率方程式(22)，來獲得殘差序列  $\varepsilon_t$ 。估計的結果整理在表 4。由表 4 的估計結果，顯示常數項  $a_0$  與參數  $a_2$  的估計值不顯著，而  $a_1$  與  $a_3$  係數估計值在顯著水準 1% 下皆非常顯著。此外，自我迴歸方程式參數估計的結果滿足弱恆定 (weak stationarity) 的必要條件： $a_1 + a_2 + a_3 < 1$ ，因此由上述所產生的殘差項序列，就可進行診斷檢定與分析。

根據表 5 的檢定結果，Ljung-Box 的  $Q$  統計量檢定報酬殘差序列的 6 階、12 階與 18 階的序列相關，在 5% 顯著水準下，接受無自我相關的假設。然而，報酬殘差序列的峰態係數值為 -0.237，超額峰態係數值為 1.626，兩者在 5% 顯著水準下，仍皆棄卻虛無假設。由檢定結果顯示，雖然報酬序列經過自我迴歸模型的過濾，已消除了報酬序列相關的行為，然而報酬的殘差項仍呈現負偏的高峰分配型態。

表3 AIC與SBC函數值：全部樣本

落後期數 <i>k</i>	AIC( <i>k</i> )	SBC( <i>k</i> )
1	783.25	795.36
2	784.19	803.08
3	* 751.38	* 775.59
4	752.92	783.19
5	753.99	790.31
6	755.44	797.81
7	757.17	805.59
8	758.58	813.06
9	758.49	819.02
10	757.54	824.11

\*表最小函數值

表4 AR(3)的估計結果：全部樣本

參數	係數估計值	t 統計值
$a_0$	0.0006	1.40
$a_1$	0.1279	7.21
$a_2$	-0.0136	-0.76
$a_3$	0.1056	5.95

表5 未預期報酬的檢定統計摘要：全部樣本

Q(6)	Q(12)	Q(18)	偏態係數值	超額峰態係數值
0.36	10.15	21.49	-0.237***	1.626***

\*\*\*表示在1%顯著水準下顯著。

$$\chi^2(6,0.01)=16.81, \chi^2(12,0.01)=26.22, \chi^2(18,0.01)=34.81。$$

另外，由前面的統計檢定得知，報酬序列具有二階動差的自我相關，隱含報酬的變異數具有異質性。本研究以 Engle (1982) 的拉式乘數 (Lagrange Multiplier) 檢定方法，進一步確認殘差項的變異數是否具有 ARCH 效果。實際執行 ARCH 效果檢定的步驟為：

1. 得到(22)式的殘差數列  $\varepsilon_t$

2. 以  $\varepsilon_t^2$  為應變數，對常數項與  $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-5}^2$  進行迴歸估計，即

$$\varepsilon_t^2 = w_0 + w_1\varepsilon_{t-1}^2 + \dots + w_5\varepsilon_{t-5}^2 \quad (23)$$

3. 檢定虛無假設  $H_0: w_1 = w_2 = \dots = w_5 = 0$

在沒有 ARCH 效果的假設下，統計檢定量為  $T \cdot R^2$ ，漸進自由度為  $k$  的卡方分配，其中

$T$  為樣本數， $R^2$  為 (23) 式的判定係數。 $T \cdot R^2$  統計檢定值計算結果為 701.57，在 1% 顯著水準下，大於服從自由度為 5 的卡方分配統計值 15.09，拒絕沒有 ARCH 效果的假設。由 ARCH 的檢定結果可知，確認台灣股價報酬的波動是隨時間經過而改變，股價的變異數具有條件異質性。

股價報酬波動除了具有條件異質性之外，本研究進一步應用 Engle 與 Ng (1993) 的方法，檢驗訊息到達對波動的影響效果。Engle 與 NG (1993) 建議四個診斷方法，分別為符號偏誤檢定 (sign bias test, SBT)、負程度偏誤檢定 (negative size bias test, NSBT)、正程度偏誤檢定 (positive size bias test, PSBT) 與聯合檢定 (joint test, JT)。

要對報酬序列資料執行上述的四項檢定，其作法為估計迴歸方程式：

$$\varepsilon_t^2 = c_0 + c_1 S_{t-1}^- + c_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + c_3 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + z_t \quad (24)$$

其中， $c_i$  ( $i=0,1,2,3$ ) 為實值非隨機參數， $z_t$  為白噪音過程。 $S_{t-1}^-$  的定義為：若末期望報酬為負值，則  $S_{t-1}^- = 1$ ；反之，則為 0。 $S_{t-1}^+$  的定義與  $S_{t-1}^-$  恰好相反。SBT 主要在檢查正向與負向末期望報酬是否可以預測波動，若  $S_{t-1}^-$  可以預測波動，則波動模型中就必須考慮正向末期望報酬與負向末期望報酬對於波動有不同的影響效果，否則波動模型可能設定不正確。負程度偏誤檢定是使用  $S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$  來檢查不同大小程度的負向末期望報酬對波動是否有不同的影響效果；若  $S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$  顯著能夠預測波動，則波動模型就必須考慮不同規模的負向末期望報酬對波動的不同影響。而正程度偏誤檢定則使用  $S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$  來檢定不同大小的正向末期望報酬對波動是否有不同的效果，而這個效果是原來的波動模型中所無法解釋的。聯合檢定主要檢定波動是否能同時由  $S_{t-1}^-$ 、 $S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$  與  $S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$  三者來解釋。SBT、NSBT 與 PSBT 的檢定方法是以  $t$  統計量分別檢定 (24) 式的參數  $c_1$ 、 $c_2$  與  $c_3$ 。JT 的檢定方法是以統計量  $T \cdot R^2$  檢定之，其分配漸進自由度等於 3 的卡方分配。

表 6 為波動不對稱性的檢定結果。觀察 SBT 檢定的結果， $t$  統計值為 0.6，並不顯著，表示負向的末期望報酬對於條件波動並沒有顯著大於正向末期望報酬對於波動的影響效果。然而在 NSBT 與 PSBT 的檢定結果上， $t$  統計值呈現高度顯著，這表示較大的負向末期望報酬值比較小的負向末期望報酬值對於條件波動的影響為大 (因為參數  $c_2$  檢定顯著為負)。並且，較大的正向末期望報酬值對於條件波動的影響比較小的正向末期望報酬值對於條件波動的影響也為大 (因為參數  $c_3$  檢定顯著為正)。此外，聯合檢定的結果也顯示負向末期望報酬、不同程度的正向與負向末期望報酬對波動具有聯合影響效果。

表 6 ARCH 效果與波動不對稱性檢定表：全部樣本

診斷檢定方法	ARCH(5) <sup>1</sup>	SBT <sup>2</sup>	NSBT <sup>2</sup>	PSBT <sup>2</sup>	JT <sup>3</sup>
檢定統計值	701.57***	0.6	-11.05***	8.03***	279.78***

\*\*表示在 5%顯著水準下顯著；\*\*\*表示在 1%顯著水準下顯著。

$\chi^2(5,0.01)=15.09$ ,  $\chi^2(3,0.05)=7.82$ ,  $\chi^2(3,0.01)=11.35$ 。

<sup>1</sup> ARCH 表示 Engle(1982)的拉式乘數檢定的卡方值。

<sup>2</sup> SBT, NSBT 與 PSBT 分別為符號偏誤檢定、負程度偏誤檢定與正程度偏誤檢定的 t 檢定統計值。

<sup>3</sup> JT 檢定為服從自由度為 3 的卡方分配。

綜合以上對股價報酬波動不對稱性的檢定結果，顯示台灣股價報酬的波動行為除了具有異質性與不對稱性之外，不同程度的正向與負向未期望報酬對於波動也具有不同影響效果。因此發展能夠同時捕捉這些行為特性的波動模型，才能夠具有較好的解釋與預測能力。

### (三)條件變異數方程式的設定

根據報酬率波動的檢定結果，本研究將條件變異數方程式分別設定為以下九個不對稱的 GARCH 模型，以作為與門檻轉換 GARCH 模型的比較基礎。九個模型分別為如下：模型 1 為 Engle (1990) 的不對稱 GARCH 模型 (AGARCH)；模型 2 為 Nelson (1991)的指數型 GARCH 模型 (EGARCH)；模型 3 為 Zakoian (1991)所提的門檻型 GARCH 模型 (TGARCH)；模型 4 為 Glosten 等人的 GJR 模型；Engle 與 Ng (1993)所提出的非線性不對稱 GARCH 模型 (NGARCH)與 V 字型 GARCH 模型 (VGARCH)分別為模型 5 與模型 6；Fornari 與 Mele (1995)所發展的符號轉換 GARCH 模型 (SGARCH)與門檻轉換 GARCH 模型 (TSGARCH)分別為模型 7 與模型 8。根據 Bollerslev 等人 (1992)的研究指出，GARCH(1,1)模型已經能夠捕捉條件波動的情形了，而且根據林建甫與張焯然 (1996)、郭祥兆與李憲杰 (1995)對台灣股票市場報酬率的實證研究，發現 GARCH(1,1)是最好的模式，因此本研究直接設定所有不對稱 GARCH 模型的階次為 GARCH(1,1)的形式（亦即  $p=m=q=1$ ），以簡化分析的過程。

模型 1：AGARCH 模型

$$h_t^2 = w + \alpha(\varepsilon_{t-1} + \gamma)^2 + \beta h_{t-1}^2$$

模型 2：EGARCH 模型

$$\log h_t^2 = w + \beta \log h_{t-1}^2 + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} + \alpha \left[ \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{h_{t-1}} - \sqrt{2/\pi} \right]$$

模型 3：TGARCH 模型

$$h_t = w + \alpha^+ \varepsilon_{t-1}^+ - \alpha^- \varepsilon_{t-1}^- + \beta h_{t-1}$$

模型 4：GJR 模型

$$h_t^2 = w + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + \gamma S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2$$

模型 5：NGARCH 模型

$$h_t^2 = w + \alpha (\varepsilon_{t-1} + \gamma \cdot h_{t-1})^2 + \beta \cdot h_{t-1}^2$$

模型 6：VGARCH 模型

$$h_t^2 = w + \alpha \left( \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} + \gamma \right)^2 + \beta \cdot h_{t-1}^2$$

模型 7：SGARCH 模型

$$h_t^2 = w + \beta \cdot h_{t-1}^2 + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \cdot S_{t-1}$$

模型 8：TSGARCH 模型

$$h_t^2 = w + \alpha_1^+ S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1^- S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2$$

以上模型的  $w$ ， $\alpha$ ， $\beta$  與  $\gamma$ ， $\alpha_1^+$ ， $\alpha_1^-$  為待估計的實數參數。 $\gamma$  表示偵測波動不對稱性的參數，若  $\gamma < 0$  時 (GJR 模型為  $\gamma > 0$ )，表示壞消息引發的波動較好消息引發的波動為大。

#### 四、估計方法與診斷檢定

在估計 GARCH 模型時，本研究是設定誤差項為條件常態分配的假設下，採最大概似 (maximum likelihood method, MLE) 估計法，聯立估計條件平均數與條件變異數方程式的參數。條件常態分配的概似函數為 (忽略常數項)：

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \sum_{t=1}^T \log f(r_t | I_{t-1}; \theta) \\ &= -(1/2) \left[ \sum_{t=1}^T \log h_t^2 + \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 / h_t^2 \right] \end{aligned}$$

此外，由於 GARCH 模型在進行參數估計時，估計過程必須配合採用非線性的遞延演算法 (iterative algorithm)，本研究依據 Bollerslev (1986) 的建議，採用 Berndt, Hall, Hall 與 Hausman (1974) 的 BHHH 演算法求解，而採取的收斂標準為概似函數值的增加小於 0.0000001 時，才達到收斂。

在比較各模型的配適性時，由於所有模型的參數個數皆相同，因此選擇具有較大的概似函數值，亦即概似機會檢定 (Likelihood odds test; LO) 方法來進行比較

$$LO = \ln[L_1(x|\theta)] - \ln[L_2(x|\theta)]$$



式中  $L_i(\cdot)$  是模型  $i$  的最大概似值。

在模型的診斷檢定上，以 Ljung-Box 統計量檢定標準化的殘差序列與標準化的殘差平方序列是否具有自我相關之外，同時也檢定標準化殘差序列峰態係數的大小。此外，應用 Engle 與 Ng (1993) 的 SBT, NSBT 與 PSBT 檢定方法，來檢定各模型是否能夠掌握訊息到達對於波動的影響。

### 五、全部樣本的實證結果與分析

模型的實證研究部分，分為全部樣本與子樣本來進行討論。首先說明全部樣本資料 (76/1/6 至 86/12/31) 的實證研究結果。九個不對稱 GARCH 實證模型的估計與診斷檢定結果，整理於表 6 至表 8。表 6 為 Engle (1990) 的不對稱 GARCH 模型、Nelson (1991) 的指數型 GARCH 模型 (EGARCH) 與 Glosten 等人 (1993) 的 GJR 模型的估計與診斷檢定結果。表 7 為 Engle 與 Ng (1993) 的非線性不對稱 GARCH 模型 (NGARCH) 與 V 字型 GARCH 模型 (VGARCH) 以及 Fornari 與 Mele (1995) 的符號轉換 GARCH 模型 (SGARCH) 的估計與診斷檢定結果。門檻型 GARCH 模型 (TGARCH) 與門檻轉換 GARCH 模型 (TSGARCH) 的估計結果列在表 9。

#### (一) 條件平均數方程式的參數分析

條件平均數方程式的參數估計結果，所有模型的參數  $a_1$  與  $a_3$ ，在 1% 的顯著水準下，檢定統計顯著為正。顯示前一期的報酬率 (參數  $a_1$ ) 與前三期的報酬率 (參數  $a_3$ ) 對於當期的報酬率具有顯著的解釋與預測能力。然而，前二期的報酬率 (參數  $a_2$ ) 對於當期的報酬率，在 5% 的顯著水準下，所有的模型的估計結果，皆呈現統計不顯著。

#### (二) 條件變異數方程式的參數分析

在條件變異數方程式的參數估計上，所有模型參數顯著性的檢定結果呈現一致性。除了符號轉換 GARCH 模型的不對稱參數  $\gamma$  統計不顯著之外，所有模型的參數統計檢定值，在 5% 顯著水準下，皆呈現非常顯著。

條件變異數方程式中的  $\alpha$  與  $\beta$  係數統計檢定非常顯著，表示股價報酬的波動 ( $h_t^2$ ) 同時受到前期報酬衝擊 ( $\varepsilon_{t-1}^2$ ) 與前期波動 ( $h_{t-1}^2$ ) 的影響；也就是說，報酬率的條件變異數不是固定值而是會隨時間經過而改變。因此 GARCH 模型實證的結果，印證了表 6 對於報酬率具有 GARCH 效果的檢定結果。

此外，除了符號轉換 GARCH 模型之外，所有傳統不對稱 GARCH 模型的不對稱參數  $\gamma$  估計結果，皆呈現非常顯著。例如不對稱 GARCH (AGARCH) 模型、指數型 GARCH (EGARCH) 模型、非線性不對稱 GARCH (NGARCH) 模型與 V 字型 GARCH (VGARCH) 模型等的參數  $\gamma$  皆統計顯著為負號；GJR 模型的參數  $\gamma$  統計顯著為正，門檻型 GARCH 模型的參

數  $\alpha^-$  與  $\alpha^+$  檢定顯著，並且  $\alpha^- (= 0.208) > \alpha^+ (= 0.128)$  (虛無假設  $\alpha_1^+ = \alpha_1^-$ ，檢定統計量  $\chi^2_{(1,0.05)} = 26.49 > \chi^2_{(1,0.05)} = 3.84$ )，以及門檻轉換 GARCH 模型的參數檢定顯著  $\alpha^- (= 0.146) > \alpha^+ (= 0.077)$  (檢定統計量  $\chi^2_{(1,0.05)} = 16.44 > \chi^2_{(1,0.05)} = 3.84$ )。這些不對稱 GARCH 模型的估計結果，顯示台灣股價報酬的波動行為具有不對稱性的效果。根據各模型所估計的不稱性參數  $\gamma$  的符號，顯示負向未期望報酬引發的波動比正向未期望報酬引發的波動為大，隱含好消息與壞消息對於條件波動的預測能力是不一樣的。因此若以對稱 GARCH 模型來建立台灣股價報酬波動的預測模型，則會在壞消息之後低估波動量，而在好消息之後高估波動量，導致波動預測能力的降低。

台灣股價報酬波動的特性除了具有 GARCH 效果與波動的不對稱性之外，本研究的門檻轉換 GARCH 模型還捕捉報酬波動具有資訊程度偏誤效果。此點可從門檻轉換 GARCH 模型的參數  $\alpha^-$  與參數  $\alpha^+$  顯著為正的結果中，獲知較大的正(負)向未期望報酬值，對於條件波動的影響程度大於較小的正(負)向未期望報酬值。

### (三) 診斷檢定分析

本研究對所有模型估計結果的殘差序列進行診斷檢定，並比較模型的配適性。標準化殘差序列的檢定結果，發現所有模型的標準化殘差項仍具有負偏的高峰分配型態，但全部模型的峰態係數值皆已降低。其次，在標準化殘差序列相關的檢定結果，所有模型的 Ljung-Box Q(12) 的統計值顯示無序列相關。而在標準化殘差平方項的序列相關檢定上，不對稱的 GARCH 模型 (AGARCH)、指數型 GARCH 模型 (EGARCH)、GJR 模型、非線性不對稱 GARCH 模型 (NGARCH)、符號轉換 GARCH 模型 (SGARCH) 與門檻轉換 GARCH 模型 (TSGARCH) 等，皆接受無序列相關的假設，顯示出這些模型較能夠捕捉到股價報酬二階動差序列相關的特性，然而在 V 字型 GARCH 模型 (VGARCH) 與門檻型 GARCH 模型 (THARCH)，並沒有通過 Ljung-Box Q(12) 的序列相關的檢定。

根據 Engle 與 Ng (1993) 的符號偏誤檢定 (SBT)、正程度偏誤檢定 (PSBT) 與負程度偏誤檢定 (NSBT) 的診斷結果，發現 GJR 模型、非線性不對稱 GARCH 模型、V 字型 GARCH 模型、門檻型 GARCH 模型與門檻轉換 GARCH 模型，在 5% 顯著水準下，皆通過這三項檢定，表示以上這些模型較能夠捕捉訊息到達對波動的影響效果。

若將模型的概似函數值依大小排列，較高者分別為門檻轉換 GARCH 模型 (TSGARCH) 的 11229.119 與 GJR 模型的 11229.119，其次為非線性不對稱 GARCH 模型 (NGARCH) 的 11227.68、不對稱 GARCH 模型 (AGARCH) 的 11226.877、符號轉換模型 (SGARCH) 的 11221.117 與指數型 GARCH 模型 (EGARCH) 的 11217.701，較低者分別為門檻型的 GARCH 模型 (TGARCH) 的 11184.921 與 V 字型 GARCH 模型 (VGARCH) 的 11056.85。

綜合上述對標準化殘差項的序列相關檢定、訊息對波動影響效果的檢定以及模型配適

性的概似函數值大小之整體比較結果，本研究所建立的門檻轉換 GARCH 模型顯然比傳統的一些 GARCH 模型較能捕捉台灣股市波動的行為特性。

## 六、子樣本期間的實證分析

根據全部樣本期間的模型估計結果，以 GJR 模型與門檻轉換 GARCH 模型為較好的波動模型。然而在全體樣本期間中，台灣股市共經歷了三次不同漲跌幅限制的調整以及股市多空時期。因此為了消除不同漲跌幅限制對模式參數估計結果的影響，本研究再選擇股價漲跌幅限制為 7% 的時期為子樣本（此時期樣本個數較多），以 GJR 模型與門檻轉換 GARCH 模型來檢驗門檻轉換 GARCH 模型的穩健性。另外從圖 1 的台灣股價加權股價指數圖中，可以發現在 7% 的漲跌幅時期，根據股價資料的趨勢，大致可區分為多空兩個時期。空頭時期起使於 78 年 10 月 11 日到 82 年 7 月 21 日的期間，股價指數呈現往下降的趨勢：加權股價指數從 10287.08 點降到 3906.97 點，期初股價指數為期末股價指數的 2.63 倍。從 82 年 7 月 22 日至 86 年 12 月 31 日的期間，大致為多頭的時期，此時加權股價指數是從 3932.15 點上升到 8187.27 點，期末股價指數為期初股價指數的 2.08 倍。因此在子樣本期間的實證分析中，除了進行模型穩健性的檢驗與配適性的比較之外，並進一步檢查此一時期股價波動行為過程是否有結構性的改變。

### (一) 子樣本期間的資料分析

本研究將 7% 漲跌幅限制時期的子樣本，區分為子樣本期間一（空頭時期）與子樣本期間二（多頭時期）。在空頭時期計有 1073 個交易日，而多頭時期計有 1227 個交易日，兩者合計 2350 個交易日。

表 10 為子樣本期間報酬率的統計分析。從表 10 中可知，利用 Dickey 與 Fuller (1979, 1981) 檢定整段子樣本、空頭時期（子樣本一）與多頭時期（子樣本二）的報酬序列結果，皆拒絕報酬序列有單根的假設。在整段子樣本、空頭時期與多頭時期平均報酬率的檢定結果，皆無法拒絕平均報酬率等於 0 的虛無假設。從表 10 的報酬率標準差的計算結果，整段樣本期間報酬率的標準差為 0.02。空頭時期報酬率的標準差為 0.025 大於多頭時期報酬率的標準差 0.013，隱含空頭時期報酬率的波動較多頭時期報酬率的波動更為劇烈。

此外，在空頭與多頭時期的子樣本期間中，報酬序列的檢定結果發現皆具有負偏的高峰分配型態，而不是常態分配的型態。比較子樣本中空頭時期與多頭時期的峰度係數與偏度係數，發現多頭時期的峰態係數 6.13 大於空頭時期的峰態係數 3.81，並且多頭時期較空頭時期的報酬率分配型態呈現更左（負）偏。其次，利用 Ljung-Box (1978) Q 統計量檢定報酬序列自我相關的結果，無論在整段子樣本期間或是空頭時期與多頭時期中，報酬率序列皆呈現一階動差與二階動差自我相關的過程。

為了消除報酬序列具有一階動差的自我相關，報酬序列平均數方程式的設定上，同樣

是以自我迴歸模型來描述。而自我迴歸模型落後期數的選擇，也是以 Akaike (1973) 情報準則與 Schwarz (1978) 準則來決定落後期數。兩個準則所計算的 AIC(k) 與 SBC(k) 函數值，整理於表 11。由表 11 的 AIC 函數與 SBC 函數計算可知，由 AIC(k) 函數決定的落後期數為 5，然而由 SBC(k) 函數所決定的落後期數為 3，兩者所決定的落後期數不相同。本研究再根據參數估計精簡性的原則，而決定最適的落後期數為 3。因此子樣本期間報酬率平均方程式為：

$$r_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + a_2 r_{t-2} + a_3 r_{t-3} + \varepsilon_t \quad t: 78/10/11 \sim 86/12/31 \quad (25)$$

將(25)式的估計結果列示於表 12。表 13 為對(25)式的殘差序列進行診斷檢定分析。根據表 13 的統計結果，在 1% 顯著水準下，以 Ljung-Box Q 統計量檢定報酬序列的 6 階、12 階與 18 階的序列相關，接受無自我相關的假設。然而由偏態係數與峰態係數的檢定結果，得知子樣本期間中的報酬殘差序列仍具有負偏的高峰分配型態。

根據表 14 的 Engle (1982) 拉式乘數檢定子樣本期間報酬序列的變異數是否具有異質性的結果，不論在子樣本期間或是子樣本期間 1 (空頭時期) 與子樣本期間 2 (多頭時期)，皆發現報酬序列的波動行為是隨時間而改變的。此外，由表 14 的 Engle 與 Ng (1993) 的波動不對稱性檢定結果，得知在子樣本期間、子樣本期間 1 與子樣本期間 2 的報酬波動行為仍具有不對稱性的現象。

## (二) 子樣本期間的實證模型

為了進一步確認門檻轉換 GARCH 模型的穩健性與配適性，子樣本期間中比較模型的選擇上，是以 GJR 模型作為門檻轉換 GARCH 模型的比較基礎。

在子樣本期間(78 年 10 月 11 日至 86 年 12 月 31 日)，大致可區分為 78 年 10 月 11 日到 82 年 7 月 21 日的空頭時期與 82 年 7 月 22 日到 86 年 12 月 31 日的多頭時期。本研究為了進一步瞭解多空兩期的報酬波動行為特性是否不相同，必須估計空頭時期與多頭時期的條件變異數，然後比較空頭與多頭時期所估計的參數值是否不同，以瞭解波動行為是否發生結構性改變。以下說明 GJR 模型與門檻轉換 GARCH 模型的結構變異數方程式：

GJR 模型：

$$h_t^2 = w_a + \alpha_a \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_a h_{t-1}^2 + \gamma_a S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2 + w_d D_t + \alpha_d D_t \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_d D_t h_{t-1}^2 + \gamma_d D_t S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2 \quad (26)$$

門檻轉換 GARCH 的模型

$$h_t^2 = w_a + \alpha_a^+ S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_a^- S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_a h_{t-1}^2 + w_d D_t + \alpha_d^+ D_t S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_d^- D_t S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_d D_t h_{t-1}^2 \quad (27)$$

式中  $D_t$  為虛擬變數，當  $t$  為 78 年 10 月 11 日到 82 年 7 月 21 日的空頭時期時，則

$D_t = 0$ ；當  $t$  為 82 年 7 月 22 日到 86 年 12 月 31 日的多頭時期時，則  $D_t = 1 \cdot a_i, i=0, \dots, 3$ ， $w_a, \alpha_a, \alpha_a^+, \alpha_a^-, \beta_a, \gamma_a, w_d, \alpha_d, \alpha_d^+, \alpha_d^-, \beta_d, \gamma_d$  皆為待估計的參數。假設在空頭時期與多頭時期報酬波動的行為並沒有發生結構性的改變，則在(26)式與(27)式的條件變異數方程式中，虛擬變數對於條件變異數的影響應該顯著等於 0。亦即在 GJR 模型中，檢定虛無假設  $H_0: w_d = \alpha_d = \beta_d = \gamma_d = 0$ ；在門檻轉換 GARCH 模型中，檢定虛無假設  $H_0: w_d = \alpha_d^+ = \alpha_d^- = \beta_d = 0$ 。但假若虛無假設的係數不全等於 0，則表示空頭時期與多頭時期的報酬波動行為過程，有結構性的改變。

### (三)子樣本期間的實證結果

子樣本期間的模型估計結果，整理在表 15。表 16 為診斷檢定分析的結果。從表 15 的條件平均數方程式的參數估計結果，顯示前一期的報酬率與第前三期的報酬率對於當期的報酬率具有解釋能力。其中又以前一期報酬率對於當期報酬率具有顯著的正向預測能力，前三期報酬率對於當期報酬率的正向預測能力並不像前一期報酬率顯著。

在條件變異數方程式的參數估計上，所有模型以 LR(概似比)檢定的結果，皆棄卻空頭時期與多頭時期波動的行為過程是相同的虛無假設，顯示空頭時期與多頭時期股價波動的行為特性呈現結構性的改變。由 GJR 模型與門檻轉換 GARCH 模型的估計結果得知，空頭時期與多頭時期的波動行為過程的差異，主要在於波動幅度的水準( $w_d$ )與波動自我過程( $\beta_d$ )有較明顯的不同。所有模型的參數  $w_d$  估計結果顯著為負，表示多頭時期的波動水準小於空頭時期的波動水準。這個結果與表 10 的統計分析指出空頭時期的變異數大於多頭時期的變異數的推論是一致的。其次，所有模型的參數  $\beta_d$  顯著為正，表示多頭時期的前一期模型的參數檢定顯著  $\alpha_a^- (= 0.208) > \alpha_a^+ (= 0.128)$  (檢定統計量  $\chi^2(1,0.05) = 7.34 > \chi^2(1,0.05) = 3.84$ )，顯示在子樣本期間中，台灣股價報酬的波動仍表現不對稱性的行為。此外，從門檻轉換 GARCH 模型的參數  $\alpha_a^-$  與參數  $\alpha_a^+$  估計結果顯著為正，得知在子樣本期間中，報酬波動仍具有資訊程度偏誤效果。

二個模型標準化殘差序列的檢定結果，顯示標準化殘差序列仍具有負偏的高峰分配型態，但峰態係數值皆已降低。其次，在標準化殘差與殘差平方序列相關檢定上，所有模型的 Ljung-Box Q(12)的統計值顯示無序列相關。

根據 Engle 與 Ng (1993)的符號偏誤檢定 (SBT)、正程度偏誤檢定 (PSBT)與負程度偏誤檢定 (NSBT)的診斷結果，在 5%顯著水準下，門檻轉換 GARCH 模型通過這三項檢定，表示門檻轉換 GARCH 模型族較能夠捕捉到訊息到達對波動的影響效果。在概似函數值的表示大小上，仍以本文的門檻轉換 GARCH 模型的 8455.394 較 GJR 模型的 8455.393 為高。由以上的診斷檢定結果與模型配適性的概似函數值比較結果，仍以門檻轉換 GARCH 模型配適較好。

表 7 AGARCH、EGARCH 與 GJR 模型的  
估計與診斷檢定結果：全部樣本

	模型的估計		
	AGARCH	EGARCH	GJR
$a_0$	$5.53 \times 10^{-4}$ (1.98)*	$3 \times 10^{-4}$ (1.18)	$5.48 \times 10^{-4}$ (2.04)**
$a_1$	0.099 (5.15)***	0.096 (5.07)***	0.102 (5.3)***
$a_2$	0.026 (1.44)	0.033 (1.86)*	0.033 (1.81)*
$a_3$	0.075 (4.15)***	0.081 (4.67)***	0.078 (4.38)***
$\omega$	$8.65 \times 10^{-6}$ (8.14)***	-0.264 (-6.84)***	$9.19 \times 10^{-6}$ (8.66)***
$\alpha$	0.116 (11.16)***	0.233 (14.21)***	0.077 (6.46)***
$\beta$	0.858 (87.25)***	0.967 (206.32)***	0.863 (88.81)***
$\gamma$	$-3.17 \times 10^{-3}$ (-4.08)***	-0.055 (-5.34)***	0.07 (4.06)***
最大概似值	11226.877	11217.701	11229.119
	標準化殘差項的診斷檢定		
	AGARCH	EGARCH	GJR
偏態	-0.254***	-0.270***	-0.247***
峰態	3.897***	3.897***	3.896**
Ljung-Box Q(12)	13.36	11.41	12.80
Ljung-Box Q <sup>2</sup> (12)	10.99	13.71	9.76
SBT	0.40	0.38	0.48
NSBT	-0.31	0.17	-0.2
PSBT	-2.00**	-2.21**	-1.82*

\*表示在 10%顯著水準下顯著； \*\*表示在 5%顯著水準下顯著。

\*\*\*表示在 1%顯著水準下顯著； 括弧內表示 t 檢定值。

Ljung-Box Q(12)表示 12 階的標準化殘差項的 Q 檢定； Ljung-Box Q<sup>2</sup>(12)表示 12 階的標準化殘差平方項的 Q 檢定。

表 8 NGARCH, VGARCH 與 SGARCH 模型的估計與診斷檢定結果：全部樣本

模型估計結果			
	NGARCH	VGARCH	SGARCH
a <sub>0</sub>	5.66×10 <sup>-4</sup> (2.06)**	2.05×10 <sup>-4</sup> (0.64)	8.20×10 <sup>-4</sup> (3.0)***
a <sub>1</sub>	0.098 (5.14)***	0.121 (6.37)***	0.095 (5.02)***
a <sub>2</sub>	0.028 (1.55)	0.015 (0.86)	0.022 (1.2)
a <sub>3</sub>	0.076 (4.24)***	0.070 (4.35)***	0.073 (4.11)***
ω	8.95×10 <sup>-6</sup> (8.45)***	9.22×10 <sup>-6</sup> (2.73)***	8.14×10 <sup>-6</sup> (8.47)***
α	0.112 (12.19)***	6.85×10 <sup>-5</sup> (11.18)***	0.106 (11.64)***
β	0.859 (89.08)***	0.773 (59.69)***	0.872 (99.24)***
γ	-0.222 (-3.89)***	-0.308 (-6.62)***	-9.88×10 <sup>-7</sup> (-0.61)
最大似似值	11227.68	11056.85	11221.117

標準化殘差項的診斷檢定結果			
	NGARCH	VGARCH	SGARCH
偏態	-0.258***	-0.294***	-0.248***
峰態	3.907***	3.893***	3.937**
Ljung-Box Q(12)	13.16	10.19	13.83
Ljung-Box Q <sup>2</sup> (12)	11.01	213.15***	12.89
SBT	0.26	-1.4	1.06
NSBT	-0.28	0.95	-1.29
PSBT	-1.87*	0.77	-2.85***

\*表示在 10%顯著水準下顯著； \*\*表示在 5%顯著水準下顯著。

\*\*\*表示在 1%顯著水準下顯著。括弧內表示 t 檢定值。

Ljung-Box Q(12)表示 12 階的標準化殘差項的 Q 檢定；Ljung-Box Q<sup>2</sup>(12)表示 12 階的標準化殘差平方項的 Q 檢定。

表 9 TGARCH 與 TSGARCH 模型的估計與診斷檢定結果：

全部樣本模型估計結果		
	TGARCH	TSGARCH
$a_0$	$4.33 \times 10^{-4}$ (1.64)*	$5.47 \times 10^{-4}$ (2.04)**
$a_1$	0.102 (5.40)***	0.102 (5.3)***
$a_2$	0.034 (1.92)	0.033 (1.8)
$a_3$	0.088 (5.14)***	0.078 (4.38)***
$\omega$	$1.49 \times 10^{-3}$ (24.29)***	$9.13 \times 10^{-6}$ (8.71)***
$\alpha^-$	0.208 (13.40)***	0.146 (10.03)***
$\alpha^+$	0.128 (10.0)***	0.077 (6.48)***
$\beta$	0.787 (92.05)***	0.863 (89.86)***
最大概似值	11184.921	11229.119
標準化殘差項的診斷檢定		
	TGARCH	TSGARCH
偏態	-0.196***	-0.246***
峰態	4.313**	3.896**
Ljung-Box Q(12)	11.30	12.81
Ljung-Box $Q^2(12)$	18.39**	9.76
SBT	-1.38	0.21
NSBT	1.48	-0.41
PSBT	0.19	-1.82*

\*表示在 10%顯著水準下顯著；\*\*表示在 5%顯著水準下顯著。

\*\*\*表示在 1%顯著水準下顯著；括弧內表示 t 檢定值。

Ljung-Box Q(12)表示 12 階的標準化殘差項的 Q 檢定；Ljung-Box  $Q^2(12)$ 表示 12 階的標準化殘差平方項的 Q 檢定。



表 10 報酬序列資料的統計檢定量摘要：子樣本期間

子樣本期間：78/10/11-86/12/31 日資料			
樣本個數	2350		
平均數	$-9.72 \times 10^{-5}$	標準差	$2.0 \times 10^{-2}$
偏態係數	-0.2722 ***	峰態係數	5.2814 ***
K-S <sup>1</sup>	0.058 ***	ADF <sup>2</sup>	-25.56 ***
Q(6) <sup>3</sup>	34.83 ***	Q <sup>2</sup> (6)	1726.94 ***
Q(12)	45.70 ***	Q <sup>2</sup> (12)	3304.97 ***
Q(18)	67.67 ***	Q <sup>2</sup> (18)	4535.95 ***

子樣本期間 1(空頭時期)：78/10/11-82/7/21 日資料

樣本個數	1073		
平均數	$-9.03 \times 10^{-4}$	標準差	$2.54 \times 10^{-2}$
偏態係數	-0.1892 **	峰態係數	3.8107 ***
K-S <sup>1</sup>	0.077 ***	ADF <sup>2</sup>	-16.75 ***
Q(6) <sup>3</sup>	23.38 ***	Q <sup>2</sup> (6)	702.89 ***
Q(12)	30.59 ***	Q <sup>2</sup> (12)	1348.55 ***
Q(18)	47.84 ***	Q <sup>2</sup> (18)	1831.79 ***

子樣本期間 2(多頭時期)：82/7/22-86/12/31 日資料

樣本個數	1277		
平均數	$4.95 \times 10^{-4}$	標準差	$1.38 \times 10^{-2}$
偏態係數	-0.1943 ***	峰態係數	6.1289 ***
K-S	0.039*	ADF	-27.83 ***
Q(6)	10.74 ***	Q <sup>2</sup> (6)	150.76 ***
Q(12)	19.14 ***	Q <sup>2</sup> (12)	220.73 ***
Q(18)	36.16 ***	Q <sup>2</sup> (18)	261.09 ***

\*表示在 10%顯著水準下顯著；\*\*表示在 5%顯著水準下顯著；\*\*\*表示在 1% 顯著水準下顯著。

<sup>1</sup> K-S 表示 Kolmogorov-Smirnov 常態分配檢定統計量。

<sup>2</sup> ADF 表示擴展型的 Dickey-Fuller 單根檢定

<sup>3</sup> Q(6)與 Q<sup>2</sup>(6)表示為落後 6 階的 Ljung-Box 統計檢定量，分別檢定報酬序列與報酬序平方序列的序列相關。

表 11 AIC 與 SBC 函數值：子樣本期間

落後期數 $k$	$AIC(k)$	$SBC(k)$
1	-138.83	-127.31
2	-137.25	-119.97
3	-154.79	* -131.75
4	-156.55	-127.75
5	*-163.22	-128.67
6	-162.23	-121.92
7	-160.86	-114.79
8	-160.74	-108.92
9	-160.68	-103.10
10	-160.95	-97.62

\*表最小函數值

表 12 AR(3)的估計結果：子樣本期間

參數	係數估計值	t 統計值
$a_0$	-0.00007	-0.18
$a_1$	0.07338	3.57
$a_2$	-0.02042	-0.99
$a_3$	0.08762	4.26

表 13 未預期報酬的檢定統計摘要：子樣本期間

Q(6)	Q(12)	Q(18)	偏態係數值	超額峰態係數值
5.52	13.46	29.71**	-0.24***	2.3***

\*\*\*表示在 1%顯著水準下顯著。\*\*表示在 5%顯著水準下顯著。

 $\chi^2(6,0.01)=16.81$ ， $\chi^2(12,0.01)=26.22$ ， $\chi^2(24,0.01)=42.98$ 。

表 14 ARCH 效果與波動不對稱性檢定表：子樣本

子樣本期間					
診斷檢定方法	ARCH	SBT	NSBT	PSBT	JT
檢定統計值	568.91***	0.09	-11.88***	11.04***	236.89***
子樣本期間 1：空頭時期					
診斷檢定方法	ARCH	SBT	NSBT	PSBT	JT
檢定統計值	227.70***	-0.42	-7.72***	7.41***	104.03***
子樣本期間 2：多頭時期					
診斷檢定方法	ARCH	SBT	NSBT	PSBT	JT
檢定統計值	227.70***	-0.42	-2.58***	1.75	11.089**

\*\*表示在 5%顯著水準下顯著； \*\*\*表示在 1%顯著水準下顯著。

表 15 GJR 與 TSGARCH 模型的估計結果：子樣本期間

	GJR 模型	TSGARCH
$a_0$	$-1.80 \times 10^{-5}$ (-0.06)	$-1.81 \times 10^{-5}$ (-0.06)
$a_1$	0.058 (2.54)**	0.058 (2.54)**
$a_2$	0.023 (1.09)	0.023 (1.09)
$a_3$	0.041 (1.86)*	0.041 (1.86)*
$\omega_a$	$2.89 \times 10^{-5}$ (14.66)***	$2.89 \times 10^{-5}$ (14.66)***
$\alpha_a^-$		0.208 (13.40)***
$\alpha_a^+$		0.128 (10.0)***
$\alpha_a$	0.109 (3.86)***	
$\beta_a$	0.789 (43.62)***	0.789 (43.61)***
$\gamma_a$	0.102 (2.71)***	
$w_d$	$-1.83 \times 10^{-5}$ (-6.21)***	$-1.83 \times 10^{-5}$ (-6.22)***
$\alpha_d^-$		-0.070 (-1.82)*
$\alpha_d^+$		-0.048 (-1.52)
$\alpha_d$	-0.048 (-1.52)	
$\beta_d$	0.058 (2.19)**	0.058 (2.19)**
$\gamma_d$	-0.022 (-0.52)	
LR 統計量	81.42***	81.43***
最大似似值	8455.3933	8455.3935

\*表示在 10%顯著水準下顯著； \*\*表示在 5%顯著水準下顯著。 \*\*\*表示在 1%顯著水準下顯著。 LR 統計量為概似比統計量，漸進卡方分配統計量，自由度為虛無假設中參數的個數。

表 16 標準化殘差項的診斷檢定

	GJR	TSGARCH
偏態	-0.331***	-0.331***
超額峰態	1.989***	1.989***
Ljung-Box Q(12)	10.75	10.75
Ljung-Box Q <sup>2</sup> (12)	6.93	6.93
SBT	-0.89	-0.44
NSBT	0.23	0.25
PSBT	-1.69*	-1.22

\*表示在 10%顯著水準下顯著； \*\*表示在 5%顯著水準下顯著。

\*\*\*表示在 1%顯著水準下顯著； 括弧內表示 t 檢定值。

Ljung-Box Q(12)表示 12 階的標準化殘差項的 Q 檢定； Ljung-Box Q<sup>2</sup>(12)表示 12 階的標準化殘差平方項的 Q 檢定。

## 肆、結論與建議

### 一、結論

條件波動的預測對資產組合的選擇、資產定價與避險策略的制訂，相當的重要。尤其當波動具有不對稱性時，則波動模型如何反應此一行為，會影響到模型對於未來波動的預測能力。本研究主要建立可以衡量訊息到達對條件波動有不對稱影響的 GARCH 模型，並透過台灣股票市場的實際資料，來驗證本研究建立的門檻轉換 GARCH 模型的解釋能力。本研究提出的門檻轉換 GARCH 模型，除了可偵測波動的不對稱性之外，還可以捕捉到資訊程度的偏誤效果，因此本研究的模型應屬創新，對於 GARCH 模型的發展有所貢獻。此外，本研究相較於前人對台灣股價波動行為特性的實證結果，更進一步指出波動的行為尚具有如資訊程度偏誤效果的特性。以下敘述門檻轉換 GARCH 模型的研究結論：

#### 1. 門檻轉換 GARCH 模型較能捕捉訊息到達對波動的影響效果

本研究建立的門檻轉換 GARCH 模型，在反應訊息到達對波動的影響效果上，除了可以反應好消息與壞消息對波動有不對稱性的影響之外，還可偵測到波動的資訊程度偏誤效果。相較於其他傳統的不對稱 GARCH 模型，本研究建立的門檻轉換 GARCH 模型，更能偵測到訊息到達對條件波動的影響行為。

#### 2. 門檻轉換 GARCH 模型較 GARCH 模型更能掌握資料序列的胖尾分配

本研究探討門檻轉換 GARCH 模型的統計特性，包括推導門檻轉換 GARCH 模型的非條件二階與四階動差、波動的預測公式。從非條件四階動差公式的探討中，得知不對稱 GARCH 模型較能捕捉資料序列的胖尾分配。

### 3. 忽略波動的不對稱性，會降低對未來波動的預測能力

由門檻轉換 GARCH 模型波動預測公式中，可知波動模型若忽略了好消息與壞消息對波動有不同的預測能力，則會導致未來波動預測能力的降低。

本研究以台灣股票市場作為實證研究的對象，探討股價報酬條件波動的行為。實證資料期間是從民國 76 年 1 月 6 日到民國 86 年 12 月 31 日止的日資料進行分析。在長達 11 年的資料期間中，涵蓋了三次股價調整漲跌幅度限制的時期與數次多空時期，顯示樣本期間的股價資料包含了股市結構改變的特性。為了檢驗模式的穩健性，本研究以 7% 漲跌幅限制時期為子樣本，探討股市波動行為特性是否有結構性的改變以及門檻轉換 GARCH 模型的配適性。為了比較所建立的不對稱 GARCH 模型，是否優於傳統不對稱 GARCH 模型的配適性與解釋能力，本研究選擇文獻中所提出且常用的 7 個不對稱 GARCH 模型，做為模型的比較基礎。實證研究所獲致的結果分別說明如下：

#### 1. 股價報酬的波動特性具有 GARCH 效果、不對稱效果以及資訊程度偏誤等行為特

性不對稱 GARCH 模型的估計結果一致顯示，台灣股價報酬的波動特性除了具有 GARCH 效果之外，而且好消息與壞消息對於波動的預測能力是不相同的。一般而言，訊息到達對台灣股市波動的影響現象為：壞消息引發的波動幅度大於好消息所引起的波動幅度。再者，由門檻轉換 GARCH 模型實證結果顯示，報酬波動具有資訊程度偏誤的效果，因此本文的門檻轉換 GARCH 模型，更能偵測股價波動的行為特性。

#### 2. 門檻轉換 GARCH 模型具有解釋波動行為的能力

實證結果顯示門檻轉換 GARCH 模型，確實能夠掌握訊息到達對於波動的影響效果。從模型的診斷檢定分析而言，門檻轉換 GARCH 模型在全部樣本期間與子樣本期間中解釋波動的行為能力與偵測訊息對波動的影響效果上，顯示較傳統的不對稱 GARCH 模型為好。

#### 3. 股價報酬波動特性具有結構性的改變

在 7% 漲跌幅限制時期的子樣本期間中，實證結果顯示空頭時期與多頭時期股價報酬波動的行為特性呈現結構性的改變。空頭時期與多頭時期波動行為特性的主要差異在於波動水準與波動持續性的不同。空頭時期的波動水準大於多頭時期的波動水準；多頭時期的持續性較空頭時期的持續性為強。

## 二、建議

雖然實證的結果，證實門檻轉換 GARCH 模型，能夠掌握波動的不對稱性效果。然而，標準化的殘差項序列的檢定結果，仍具有胖尾的分配型態，並沒有完全消除股價報酬負偏高峰分配的現象。對於這一點，建議未來的研究可朝兩方面繼續加以修正：

### 1. 修正對殘差項為條件常態分配的假設

例如可採用 Engle 與 Bollerslev (1986) 將條件分配假定為條件 Student's *t* 分配，Jorion (1988) 採用常態與波松的混和分配，Baillie 與 Bollerslev (1989) 建議的冪指數分配，Hsieh (1989) 的一般化誤差分配，Lee 與 Tse (1991) 建議的 Gram-Charlier 型態的分配，Nelson (1991) 的一般化的指數分配。

### 2. 設定非線性的條件變異數方程式

本研究所設定的門檻轉換 GARCH 模型，基本上仍為線性函數型態，應而可保持模型估計的容易性，並且求解非線性參數的估計值時，收斂的條件也較非線性函數型態的條件變異數容易達到。然而，線性函數的型態本身就是對條件變異數的函數型態做了限制，而可能無法完全捕捉到條件變異數的行為，建議可考慮如 Hentschel (1995) 的非線性 GARCH 模式。

## 參考文獻

1. 王鈺 (1995)，「報酬衝擊對條件波動所造成之不對稱效果——台灣股票市場之實證分析」，證券市場發展季刊，第 7 卷第 1 期，頁 125-160。
2. 林建甫與張焯然 (1996)，「ARCH 族模式的估計檢定與檢定的問題」，經濟論文叢刊，第 24 卷第 3 期，頁 339-355。
3. 林建甫與張焯然 (1997)，「GARCH 模型條件變異數結構變動的檢定」，經濟論文，第 25 卷第 2 期，頁 201-225。
4. 林華德與王鈺 (1995)，「台灣股市成交量對股價波動的影響 1986-1994——GARCH 修正模型的應用」，企銀季刊，第 19 卷第 2 期，頁 40-58。
5. 林楚雄、劉維琪與吳欽杉 (1997)，「台灣股票市場報酬的期望值與條件波動之關係」，交大管科學報，第 17 卷第 3 期，頁 103-124。
6. 林楚雄、劉維琪與吳欽杉 (1997)，「台灣股票市場股價與成交量的互動關係之研究：雙變量 EGARCH 模型」，第六屆證券暨金融市場理論與實務研討會，高雄國立山大學，頁 23-36。
7. 林楚雄、劉維琪與吳欽杉 (1999)，「台灣股票店頭市場股價報酬波動行為的研究」，

- 企業管理學報，第 44 期，頁 165-192。
8. 黃柏農 (1995)，「多國性股價報酬率的統計特性及星期效果研究—自我相關條件異質性模型的應用」，中國財務學刊，第 2 卷第 2 期，44-76。
  9. 許鎮明與謝嘉晉 (1995)，「台灣股價之非線性檢定分析及預測」，第四屆證券暨金融市場理論與實務研討會，高雄國立中山大學。
  10. 郭祥兆與李憲杰 (1995)，「一般化自迴歸條件異質性變異數模型參數之選定、估計與檢定—以台灣加權股價指數為例」，成功大學學報，第 30 期，頁 53-71。
  11. 劉曦敏與葛豐瑞 (1996)，「台灣股價指數報酬率之線性及非線性變動」，經濟研究，第 34 卷第 1 期，頁 73-109。
  12. Akaike, H.(1969), "Fitting Autoregressive Models for Prediction", Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 21, pp. 243-247.
  13. Akaike, H.(1973), "Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle", In 2d. International Symposium on Information Theory, edited by B. N. Petrov and F. C. Budapest: Akademiai Kiado. pp. 267-281.
  14. Akaike, H.(1981), "Likelihood of a Model and Information Criteria", Journal of Econometrics, 16, pp. 3-14.
  15. Akgiray, V. and G. Booth(1988), "Mixed Diffusion-Jump Process Modeling of Exchange Rate Movements", Review of Economic and Statistics, 70, pp. 631-637.
  16. Berndt, E., B. Hall, R. Hall and J. Hausman(1974), "Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models", Annals of Economic and Social Measurement, 4, pp. 653-665.
  17. Bessembinder, H and P.J. Seguin(1992), "Futures-Trading Activity and Stock Price Volatility", Journal of Finance, 47, pp. 2015-2034.
  18. Bessembinder, H.(1993), "Price Volatility, Trading Volume and Market Depth: Evidence from Futures Markets", Journal of Finance and Quantitative Analysis, 28, pp. 21-39.
  19. Black, F.(1976), "Studies of Stock, Price Volatility Changes," Proceedings of the American Statistical Association: Business and Economic Statistics Section, pp. 177-181.
  20. Bollerslev, T.(1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", Journal of Econometrics, 31, pp. 307-327.
  21. Bollerslev, T.(1987a), "A Conditional Heteroskedasticity Time Series Model for Speculative Prices and Rate of Return", Review of Economic and Statistics, 69, pp. 542-547.
  22. Bollerslev, T.(1987b), "On the Correlation Structure for the Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Process", Journal of Time Series Analysis, 9(2), pp. 21-131.

23. Bollerslev, T., R. Chou, and K. Kroner(1992), "ARCH Modeling in Finance:A Review of the Theory and Empirical Evidence", Journal of Econometrics, 52, pp. 5-59.
24. Bollerslev, T., and J.M. Wooldridge(1992), "Quasi-Maximum Likelihood Estimation of Dynamic Models with Time Varying Covariances", Econometric Reviews, 11, pp. 143-172.
25. Bollerslev, T., R. F. Engle, and Nelson(1994), "ARCH Models", Handbook of Econometrics, 5, pp. 2960-3038.
26. Braun, P. A, D.B. Nelson, and A. M. Sunier(1995), "Good News, Bad News, Volatility, and Betas", Journal of Finance, 50(5), pp. 1575-1603.
27. Breusch, T. S. and A. R. Pagan (1978), "A Simple Test for Heteroskedastic City and Random Coefficient Variation", Econometrica, 46, pp. 1287-1294.
28. Campell, J. and L. Hentschell(1992), "No News is Good News: An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns", Journal of Financial Economics, 31, pp. 281-318.
29. Christie, A.(1982), "The Stochastic Behavior of Common Stock Variance: Value, Leverage and Interest Rate Effects", Journal of Financial Economics, 10, pp. 407-432.
30. Ding, Z., R. Engle and C. Granger(1993), "A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model", Journal of Empirical Finance, 1, pp. 83-106.
31. Enders, W. (1995), Applied Econometric Time Series, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.
32. Engle, R. F.(1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation", Econometrica, 50, pp. 987-1008.
33. Engle, R. F. (1995), ARCH Selected Readings, Oxford University Press.
34. Engle, R. F., and T. Bollerslev(1986), "Modeling the Persistence of Conditional Variance", Econometric Review, 5, pp. 1-50.
35. Engle, R. F., and C. Mustafa(1992), "Implied ARCH Models from Option Prices", Journal of Econometrics, 52, pp. 289-311.
36. Engle, R. F., and V. Ng(1993), "Measuring and Testing the Impact of News on Volatiltiy", Journal of Finance, 45, pp. 1749-1777.
37. Engle, R. F., D. Lilien, and R. Robins(1987), "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model", Econometrica, 55, pp. 391-407.
38. Engle, R. F., V. Ng, and M. Rothschild(1990), "Asset Pricing with a Factor ARCH Covariance Structure:Empirical Estimates for Treasury Bills", Journal of Econometrics, 45, pp. 213-238.



39. Fornari, F. and A. Mele(1994), "Weak Convergence and Distributional Assumptions for The Asymmetric Power ARCH Model", University of Paris X, mimeo.
40. Fornari, F. and A. Mele (1997), "Sign- and Volatility-Switching ARCH Models:Theory and Applications to International Stock Markets", Journal of Applied Econometrics, 12, pp. 49-65.
41. French, R. K., G. W. Schwert, and R. F. Stambaugh(1987), "Expected Stock Returns and Volatility", Journal of Financial Economics, 19, pp. 3-29.
42. Glosten, L., R. Jagannathan, and D. Runkle(1993), "On the Relation Between the Expected Value and the Volatility on the Nominal Excess Returns on Stocks", Journal of Finance, 48, pp. 1779-1801.
43. Gouriéroux, C. and A. Monfort(1992), "Qualitative Threshold ARCH Models", Journal of Econometrics, 52, pp. 159-199.
44. Granger, C. and A.P. Anderson (1978), An Introduction to Bilinear Time Series Models, Gottingen: Vandenoever and Ruprecht.
45. Granger, C., and T. Terasvirta(1993), Modeling Nonlinear Economic Relationships, Oxford: University Press.
46. Hamilton, J.D.(1994), Time Series Analysis, Princeton University Press.
47. Harris, L.(1987), "Transaction Data Tests of the Mixture of Distributions Hypothesis", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22, pp. 127-141.
48. Harvey and N. Shephard(1993), "Estimation and Testing of Stochastic Variance Models", London School of Economics, mimeo.
49. Harvey, E. Ruiz, and N. Shephard(1994), "Multivariate Stochastic Variance Models", Review of Economic Studies, 61, pp. 247-264.
50. Hentschel, L.(1995), "All in the Family Nesting Symmetric and Asymmetric GARCH Models", Journal of Financial Economics, 39, pp. 71-104.
51. Higgins, M. L. and A. K. Bera(1992), "A Class of Nonlinear ARCH Models", International Economic Review, 33(1), pp. 137-158.
52. Hull, J. and A. White(1987), "The Pricing of Options with Stochastic Volatilities", Journal of Finance, 42, pp. 281-300.
53. Judge, G. G., W. E. E. Griffiths, R. C. Hill, H. Lutkepohl, and Tsoung-Chao Lee (1985), The Theory and Practice of Econometrics, second edition, John Wiley and Sons, Inc.

54. Karpoff, J. M.(1986), "A Theory of Trading Volume", Journal of Finance, 41, pp. 1069-1088.
55. Karpoff, J. M.(1987), "The Relation between Price Changes and Trading Volume: A Survey", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22, pp. 109-126.
56. Lamoureux. C.G. and W.D. Lastrapes(1990), "Heterskedasticity in Stock Returns Data: Volume versus GARCH Effects", Journal of Finance, 45(1), pp. 221-229.
57. Lee, S. and K.Y. Ohk(1992), "Stock Index Futures Listing and Structural Changes in Time-Varying Volatility", Journal of Futures Markets; 12(5), pp. 493-509.
58. Lin, C.H., V.W. Liu, and C.S. Wu(1996), "The Asymmetry and the Inversion of the Conditional Volatility in Taiwan Stock Market", Fifth Conference on the Theories and Practice of Security and Financial Markets.
59. Lin, C.H., V.W. Liu, and C.S. Wu(1998), "Empirical Evidence on Mean and Volatility Spillovers Across Major Asian Stock Markets: Multivariate GARCH Model", NTU International Conference On Finance, Conference Proceedings, 2, pp. 5-19.
60. Longstaff, F. and E. Schwartz(1992), "Interest-Rate Volatility and the Term Structure: A Two Factor General Equilibrium Model", Journal of Finance, 47, pp. 1259-1282.
61. Ljung, C.M. and G. E. P. Box(1978), "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models", Biometrika, 65, pp. 297-303.
62. MacDonald, J. A. and H. A. Shawky(1995), "On Estimating Stock Market Volatility: An Exploratory Approach", The Journal of Financial Research, 18(4), pp. 449-463.
63. Mandelbrot, B.(1963), "The Variation of Certain Speculative Prices", Journal of Business, 36, pp. 394-419.
64. Melino, A. and S. Turnbull(1990), "Pricing Foreign Currency Options with Stochastic Volatility", Journal of Econometrics, 45, pp. 239-266.
65. Milhoj, A.(1985), "The Moment Structure of ARCH Process", Scandinavian Journal of Statistics, 12, pp.281-292.
66. Najand, M. and K. Yung(1991), "A GARCH Examination of the Relationship Between Volume and Price Volatility in Future Markets", Journal of Future Markets, 11, pp. 613-621.
67. Nelson, D.(1990), "ARCH Models as Diffusion Approximations", Journal of Econometrics, 45, pp. 7-38.
68. Nelson, D.(1991), "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns:A New Approach", Econometrica, 59, pp. 347-370.

69. Nelson, D. and D. Foster(1994), "Asymptotic Filtering Theory for Univariate ARCH Models", Econometrica, 62, pp. 1-41.
70. Pagan, A. and G. Schwert(1990), "Alternative Models for Conditional Stock Volatility", Journal of Econometrics, 45, pp. 267-290.
71. Rabemananjara, R. and J. M. Zakolin(1993), "Threshold ARCH Models and Asymmetries in Volatility", Journal of Applied Econometrics, 8, pp. 31-49.
72. Schwert, G. W.(1989), "Why Does Stock Market Volatility Change Over Time?", Journal of Finance, 44, pp. 1115-1153.
73. Schwert, G. W.(1990), "Stock Volatility and the Crash of 87", Review of Financial Studies, 3, pp. 77-102.
74. Schwert, G. W.(1978), "Estimating the Dimension of a Model", Annals of Statistics, 6, pp. 461-464.
75. Shibata, R.(1976), "Selection of the Order of an Autoregressive Model by Akaike's Information Criterion", Biometrika, 63, pp. 117-126.
76. Subba Rao, T. and M. Gabar(1980), "A Test for Linearity of Stationary Time Series", Journal of Time Series Analysis, 1, pp. 145-158.
77. Tong, H. and K. Lim(1980), "Threshold Autoregression, Limit Cycles, and Cyclical Data", Journal of the Royal Statistical Society, 42, pp. 245-292.
78. White, H.(1980), "A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and A Direct Test for Heteroskedasticity", Econometrica, 48, pp. 817-838.
79. Yang, S. and B. Brorsen(1992), "Nonlinear Dynamics of Daily Crash Prices", American Journal of Agriculture Economics, 74, pp. 706-715.
80. Yang, S. and B. Brorsen(1993), "Nonlinear Dynamics of Daily Futures Prices: Conditional Heteroskedasticity or Chaos?", Journal of Future Markets, 13, pp.175-191.
81. Zakoian, J.M.(1994), "Threshold Heteroskedastic Models", Journal of Economic Dynamics and Control, 18, pp. 931-955.

## 附錄

主要在推導未預期變動 ( $\varepsilon_t$ ) 的非條件動差的公式。推導方法是參考 Bollerslev (1986) 與 Fornari and Mele (1995) 的做法。

門檻轉換 GARCH(1,1,1) 模型的非條件二階與四階動差以及峰態係數為：

$$E(\varepsilon^2) = w \cdot (1 - g_0 - \beta)^{-1}$$

$$E(\varepsilon^4) = \frac{3w^2(1 - g_0 - \beta) + 6w^2(g_0 + \beta)}{(1 - g_0 - \beta)(1 - 3g_0^2 - \beta^2 - 3g_1^2 - 3g_2^2 - 2g_0\beta)}$$

$$k = \frac{3(1 - g_0 - \beta)(1 + g_0 + \beta)}{(1 - 3g_0^2 - \beta^2 - 3g_1^2 - 3g_2^2 - 2g_0\beta)}$$

其中， $g_0 = \frac{\alpha_1^+ + \alpha_1^-}{2}$ ， $g_1 = \frac{\alpha_1^+}{2}$ ， $g_2 = \frac{\alpha_1^-}{2}$

證明：

因為  $S_{t-1}^- = \frac{\varepsilon_{t-1} - |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}}$ ， $S_{t-1}^+ = \frac{\varepsilon_{t-1} + |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}}$

所以 
$$\begin{aligned} h_t^2 &= w + \alpha_1^+ S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1^- S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 \\ &= w + \alpha_1^+ \frac{\varepsilon_{t-1} + |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1^- \frac{\varepsilon_{t-1} - |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 \\ &= w + \left(\frac{\alpha_1^+}{2} + \frac{\alpha_1^-}{2}\right) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + \frac{\alpha_1^+ |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2 - \frac{\alpha_1^- |\varepsilon_{t-1}|}{2\varepsilon_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2 \\ &= w + g_0 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + g_1 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 - g_2 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \end{aligned}$$

其中， $g_0 = \frac{\alpha_1^+ + \alpha_1^-}{2}$ ， $g_1 = \frac{\alpha_1^+}{2}$ ， $g_2 = \frac{\alpha_1^-}{2}$

又因為  $\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, h_t^2)$ ，所以

$$E(\varepsilon_t^{2m} | I_{t-1}) = (w + g_0 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + g_1 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 - g_2 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2)^m \cdot K_{2m}$$

其中， $K_{2m} = \prod_{j=1}^m (2j-1)$

令  $m=1$ ，則

$$E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) = w + g_0 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + g_1 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 - g_2 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2$$

應用反覆期望法則，將上式兩邊取期望值，可得

$$E(\varepsilon^2) = w + g_0 E(\varepsilon^2) + \beta E(\sigma^2) = \frac{w}{1 - g_0 - \beta}$$

令  $m=2$ ，則

$$E(\varepsilon_t^4 | I_{t-1}) = 3(w + g_0 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + g_1 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 - g_2 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2)^2$$

同樣地應用反覆期望法則，將上式兩邊取期望值，可得

$$\begin{aligned} E(\varepsilon^4) &= 3 \left[ w^2 + g_0^2 E(\varepsilon^4) + \beta^2 \sigma^4 + g_1^2 E(\varepsilon^4) + g_2^2 E(\varepsilon^4) \right. \\ &\quad \left. + 2wg_0 E(\varepsilon^2) + 2w\beta\sigma^2 + 2g_0\beta\sigma^4 \right] \\ &= 3w^2 + 3g_0^2 E(\varepsilon^4) + 3(\beta^2 E(\varepsilon^4)/3) + 3g_1^2 E(\varepsilon^4) + 3g_2^2 E(\varepsilon^4) \\ &\quad + 6wg_0 E(\varepsilon^2) + 6w\beta\sigma^2 + 6(g_0\beta E(\varepsilon^4)/3) \\ &= 3w^2 + 3g_0^2 E(\varepsilon^4) + \beta^2 E(\varepsilon^4) + 3g_1^2 E(\varepsilon^4) + 3g_2^2 E(\varepsilon^4) \\ &\quad + 6wg_0 \frac{w}{1 - g_0 - \beta} + 6w\beta \frac{w}{1 - g_0 - \beta} + 2g_0\beta E(\varepsilon^4) \\ &= \frac{3w^2(1 - g_0 - \beta) + 6w^2(g_0 + \beta)}{(1 - g_0 - \beta)(1 - 3g_0^2 - \beta^2 - 3g_1^2 - 3g_2^2 - 2g_0\beta)} \end{aligned}$$

由定義  $k = \frac{E(\varepsilon^4)}{[E(\varepsilon^2)]^2}$ ，即可證得

$$k = \frac{3(1 - g_0 - \beta)(1 + g_0 + \beta)}{(1 - 3g_0^2 - \beta^2 - 3g_1^2 - 3g_2^2 - 2g_0\beta)}$$

Q.E.D.

得獎文章：不對稱 GARCH 模型的研究

A Study on the Asymmetric GARCH Model  
(管理學報第十六卷第三期 pp.479-515)

得獎作者：林楚雄、劉維琪、吳欽杉

林楚雄副教授，中山大學企管博士、成功大學管理碩士。目前任教於國立高雄第一科技大學財務管理系所。主要教學領域為財務理論、財務風險評估與證券分析。研究領域為價格波動行為、Value at Risk與財務實證方法。

劉維琪教授，美國西北大學企業管理博士，特種考試公務人員甲等考試及格。經歷中央投資股份有限公司總經理、教育部高教司司長、國科會人文社會處副處長、系主任、所長，國立中山大學企業管理學系副教授、教授、管理學院院長，目前擔任國立中山大學校長。發表的學術論文53篇、學術會議論文62篇、專書3本、其他已出版論文45篇以及研究報告58篇。

吳欽杉教授，美國賓夕法尼亞大學華頓學院財務學博碩士，經歷國立中山大學企業管理系主任、所長、學務長等行政職務，目前擔任國立雲林科技大學財務金融系教授並兼任管理學院院長。主要學術研究興趣為金融市場結構、公司財務管理策略等。