亞太管理評論

Asia Pacific Management Review

中華民國八十九年十二月　第五卷第四期

December 2000　Volume 5, Number 4.

台灣股票店頭市場股價報酬與波動之分析

The Analysis of Stock Return and Volatility in Taiwan OTC Stock Market

林楚雄 Chu-Hsiung Lin

國立高雄第一科技大學財務管理系副教授

Department of Finance, National Kaohsiung First University of Science and Technology

劉維琪 Victor Wei-Chi Liu

國立中山大學校長

Present, National Sun Yat-Sen University

吳欽杉 Chin-Shun Wu

國立雲林科技大學管理學院院長

Dean Of Management College, National Yunlin University Of Science and Technology

亞太管理評論　第五卷　第四期（民國八十九年）
Asia Pacific Management Review, Vol.5　PP.435-449

台灣股票店頭市場股價報酬與波動之分析

The Analysis of Stock Return and Volatility in Taiwan OTC Stock Market

林楚雄 Chu-Hsiung Lin
國立高雄第一科技大學財務管理系副教授
Department of Finance, National Kaohsiung First University of Science and Technology
劉維琪 Victor Wei-Chi Liu
國立中山大學校長
Present, National Sun Yat-Sen University
吳欽杉 Chin-Shun Wu
國立雲林科技大學管理學院院長
Dean Of Management College, National Yunlin University Of Science and Technology

(Received Jun. 20, 2000; Accepted Nov. 2, 2000)

摘　要

本文首先以 BDS 統計量檢定發現 OTC 股價具有非線性相依。其次，應用非線性的波動轉換 GARCH 模式來描述股價與波動行為。實證結果發現(1)OTC 股價的變動有條件異質性，而且條件波動呈現高度的持續性，顯示目前的波動資訊可以預測未來的波動。(2)條件波動具有不對稱性與不對稱性的反轉現象。（3）條件波動具有週日效果。此外，本文設定三種不同波動函數型態的 GARCH-M 模型，探討報酬與風險的關係。實證結果發現條件平均數與條件變異數、條件標準差與對數變異數沒有顯著的正向關係，隱含變異數與標準差或對數變異數，並無法適切描述投資者所考慮的風險，建議研究其他衡量風險的方法。

關鍵詞：BDS；波動轉換條件異質變異數模型；非線性；店頭市場。

Abstract

In this paper, BDS statistic is applied to test the nonlinearities in Taiwan OTC stock prices. Empirical evidences show that stock prices behave nonlinearly. Therefore, we use a nonlinear volatility-switching GARCH model to describe the behavior of stock prices. We find that the change of stock price is heteroskedastic and the conditional volatility is highly persistent. This indicates that current volatility can predict future volatility. Second, there exist the asymmetry effect and the inversion of asymmetry effect of the conditional volatility. Third, The day-of -week effect exists in the conditional volatility of stock return. Furthermore, we use three alternative specifications, linear, square root, and logarithim, for GARCH-M models to discuss the relationship between return and risk. We find an insignificantly positive relation between conditional expected return and the three alternative specifications of volatility measures. The results show that we may study the other risk measures which are used for consideration by investors.

Keywords: BDS; Volatility-Switching GARCH Model; Nonlinearity; OTC.

壹、前言

民國 83 年 11 月台灣店頭市場由「財團法人中華民國證券櫃臺買賣中心」接辦原由台北市證券商業同業公會負責的業務，並於民國 84 年 11 月 1 日起，我國股票店頭市場由櫃臺中心開始公佈店頭市場發行量加權股價指數以來，我國店頭市場就逐漸熱絡起來。在民國 83 年底時，店頭市場只有 14 家股票上櫃公司，成交金額由 97.7 億元（12 月底），到 88 年 5 月已擴增到 218 家上櫃公司，成交金額達到 4209 億元（5 月底）。由於申請上市與上櫃公司的審查條件並不相同，櫃臺買賣中心所訂定的櫃臺股票審查標準較上市公司的條件為低，上櫃公司具有資本小、規模不大與公司財務尚未健全的特質，對於投資者而言，投資於店頭市場股票較集中市場股票的風險為大。就理論上而言，店頭市場與集中市場具有相輔相成的功能，店頭市場可作為集中市場垂直分工，預備市場與後備市場的功能，尤其我國的店頭市場正處於發展的階段，政府主管機關正有意推動我國店頭市場走向美國那斯達克（NASDAQ）為高科技公司搖籃之際，對於店頭市場股價行為的研究與探討，以提供投資者與政府決策的參考，就顯得格外的重要。

長久以來，股價一直被認為遵循幾何隨機漫步(geometric random walk)假說，亦即股價報酬為獨立同態的隨機變數。以往在檢定隨機漫步主要是檢查自我相關係數是否顯著異於零。然而，股價不具有線性相關 (自我相關)，並不表示就沒有非線性相關，例如 Granger and Andersen(1978)以及 Sakai and Tokumaru(1980)等人已經證明具有強烈非線性相依的非線性模型可能表現序列不相關。此外，愈來愈多實證研究指出股價具有非線性的結構，利用非線性的模型來描述股價的行為與預測，較線性模型更能掌握股價的變動。因此研究股價報酬非線性的結構，就成為研究股價行為的方向。

近來股票報酬波動行為的探討，是財務經濟學者最感興趣的研究課題。從財務經濟的觀點來看，證券報酬的波動估計在選擇權定價理論中扮演重要的角色，例如 Black-Scholes 選擇權的定價模型，必須計算證券報酬的標準差；在規劃動態避險策略時，也必須對資產報酬的二階動差進行估計；此外，透過報酬二階動差（變異數）的可預測性，進而建立交易法則以獲得超額利潤。從投資者的角度而言，投資決策所關心的問題是持有資產報酬期間的期望報酬與風險，因此除了關心期望報酬的大小之外，對於持有資產期間風險的估計，是投資決策的評估依據。由以上的說明可知，股價波動統計性質的瞭解，對於衍生性金融資產的定價、動態避險策略的制訂、資產組合的選擇與管理相當的重要。國內對於集中市場股價非線性行為的研究為數不少，例如郭祥兆與韓宜芬 （1994）、萬哲鈺（1994）、許鎮明與謝嘉晉(1995)劉曦敏與葛豐瑞 (1996)以及李詩玫（1998），較少觸及店頭市場股價的非線性研究，因此本文主要針對我國股票店頭市場股價的行為進行研究，探討店頭市場股價的非線性行為，除了有助於投資者規避股票的風險與投資組合動態策略的擬定參考之外，也可提供作為集中市場與店頭市場股價行為的比較與互動研究的基礎，並增進店頭市場做為集中市場的預備市場與後備市場功能的瞭解。

本文主要的研究重點，第一為檢定店頭市場股票價格的行為是否具有非線性的現象。第二，利用非線性的 GARCH 模型來探討股價報酬波動的特性。在檢定股價報酬是否具有非線性時，主要是利用 Brock, Dechert, and Scheinkman (1987)的方法（BDS）來檢定股價是否具有非線性的機制。檢定結果發現股價具有線性相依與非線性相依的現象，拒絕股價序列是獨立同態的常態分配。因此本文以非線性隨機的波動轉換 GARCH-M 模式，來描述股價報酬的非線性行為，發現 AR(1)-波動轉換 GARCH(1,1)-M 模型能夠捕捉到大部分股價線性與非線性的現象。另外，本文又探討了股價報酬與風險的關係，發現變異數、標準差與對數變異數三者衡量風險的指標與條件平均數並沒有顯著的關係，隱含變異數與標準差或對數變異數，並無法適切描述投資者所考慮的風險。本文的結構如下：第二節介紹 BDS 檢定的方法以及 GARCH 模型，第三節為實證分析，第四節為結論。

貳、BDS檢定與GARCH-M模型

一、 BDS 檢定

Brock, Dechert, and Scheinkman (1987)基於 Grassberger and Procaccia (1983) 的相關積分 (correlation intergral)概念，發展可以檢定非線性相依的方法。Brock, Dechert, and Scheinkman (1987) 的 BDS 檢定概念，主要衡量空間中，實際的序列資料與相對應的這些空間中由白噪音過程所產生的序列資料兩者間的離散情形。令 $\{x_t\}$ 為有 T 個觀測值的數列， $x_t^m=(x_t,x_{t+1},\ldots,x_{t+m-1})$ ，表示在時點 t，未來 m 期之 x 值所構成的所構成的數列，則相關積分 $C_{m,T}(\varepsilon)$ 定義為：

$$C_{m,T}(\varepsilon)=\sum_{t<s} I_\varepsilon(x_t^m,x_s^m)\times[2/T_m(T_m-1)] \tag{1}$$

其中， $T_m=T-m+1$ ，表示 $\{x_t\}$ 可被分為 T_m 個 x_t^m 的資料組。 $I_\varepsilon(x_t^m,x_s^m)$ 表為指標函數(indicator function)，若 $\|x_t^m-x_s^m\|<\varepsilon$ ，則 $I_\varepsilon(x_t^m,x_s^m)=1$ ；反之，則為 0。$\|\ \|$ 表示最大範數(sup norm)。由（1）式的定義可知，相關積分乃是衡量資料組之間的距離小於某一長度（ε）的程度，其值會受到 m 與 ε 值的影響。就一給定的 m 值下，ε 值愈小（大），則落於此區間的資料數愈少（多）。

當虛無假設：$\{x_t\}$ 為有一個非退化的累積分配函數 F 的獨立同態分配，Brock, Dechert, and Scheinkman (1987)證明在既定 m 與 ε 值，則

$$\left[C_{m,T}(\varepsilon)-C(\varepsilon)^m\right]\sim N\left(0,\sigma_m^2(\varepsilon)\right) \tag{2}$$

具有極限分配為常態分配，平均數為 0，變異數為 σ_m^2 。

在（2）式中，

$$C(\varepsilon)=\int[F(z+\varepsilon)-F(z-\varepsilon)]dF(z)$$

$$\sigma_m^2(\varepsilon)=4\left[K^m+2\sum_{j=1}^{m-1}K^{m-j}C^{2j}+(m-1)^2C^{2m}-m^2KC^{2m-2}\right]$$

其中，$C=C(\varepsilon)$，$K=K(\varepsilon)=\int[F(z+\varepsilon)-F(z-\varepsilon)]^2dF(z)$。

在應用(2)式做檢定時，可以採用 $C_{1,T}(\varepsilon)$ 與 $K_T(\varepsilon)$ 來做為 $C(\varepsilon)$ 與 $K(\varepsilon)$ 的一致性估計式。其中 $K_T(\varepsilon)$ 定義為

$$K_T(\varepsilon)=\sum_{t<s<r} I_\varepsilon(x_t^m,x_s^m,x_r^m)\times[6/T_m(T_m-1)(T_m-2)]$$

其中，$I_\varepsilon(i,j,k)=[I_\varepsilon(i,j)I_\varepsilon(j,k)+I_\varepsilon(i,k)I_\varepsilon(k,j)+I_\varepsilon(j,i)I_\varepsilon(i,K)]/3$。其次，要得到(2)式 $\sigma_m^2(\varepsilon)$ 的一致性估計式，只要將 $\sigma_m^2(\varepsilon)$ 式中的 C 與 K 分別以 $C_{1,T}(\varepsilon)$ 與 $K_T(\varepsilon)$ 來替代，就可得到一致性估計式 $\sigma_{m,T}^2(\varepsilon)$。因此 BDS 統計檢定量為：

$$W_{m,T}(\varepsilon)=T^{1/2}\left[C_{m,T}(\varepsilon)-C_{1,T}(\varepsilon)^m\right]/\ \sigma_{m,T}(\varepsilon) \tag{3}$$

在 $\{x_t\}$ 為獨立同態分配的虛無假設下，統計量 $W_{m,T}(\varepsilon)$ 的極限分配為標準常態分配，當 $W_{m,T}$ 統計值超過所選擇的臨界水準時，則拒絕資料為獨立同態分配的假設，而支持資料具有線性或非線性相依。亦就是說當資料具有線性相依或是非線性相依的情形，皆會拒絕資料為獨立同態分配的假設。

根據 Brock (1986) 的殘差理論 (residual theorem)：檢定原始序列與檢定配適 AR(P)模式的殘差序列的 BDS 統計量具有相同的極限分配。例如若有計量模型為

$$y_t=H(I_t,\varepsilon_t,\gamma) \tag{4}$$

其中，ε_t 為獨立同態分配的殘差項，I_t 定義過去的資訊集合，包括過去的 y 值，但不包括未來值，而且對於所有時間點 t，I_t 與 ε_t 互為獨立；γ 為相對應的參數。殘差理論是在說明 BDS 檢定由(4)式所估計的殘差數列 $\{\varepsilon_{t,T}\}$ 的統計量 $W_{m,T}$ ，極限分配仍然是標準常態分配。也就是說，當一個系統是非線性時，則經過線性過濾(linear filters)之後的殘差項，仍然保留非線性的特性。因此當實際應用 BDS 檢定非線性時，可先去除資料中線性相依的部份，然後再利用 BDS 方法來檢定殘差項，若經過去除線性相依後的殘差項仍然拒絕獨立同態分配，則我們就有理由相信資料具有非線性的現象。

BDS 檢定法的一個優點是 $W_{m,T}$ 統計量不會因為所選擇的資料是原始水準(例如股價)或是一階差分(例如報酬率)，而改變檢定的結果，也就是說，當一個系統是非線性機制時，則利用股價原始資料以及報酬率資料，所得到的檢定結果是一樣的。

在檢定資料是否具有非線性的方法，尚有 Tsay (1986)與 Engle (1982)的方法。然而，Tsay 的檢定方法對於 ARCH 與 GARCH 模型的檢定力較 BDS 與 Engle 的方法為弱，因此本文主要採取 BDS 與 Engle 檢定法對股價報酬資料進行非線性的檢定分析。

二、GARCH 族模型

在統計文獻中，有很多研究非線性隨機的模型，例如 Granger and Anderson (1978)、 Subba Rao and Gabr (1980)的雙線性模型(bilinear models)，Tong and Lim (1980)的門檻自我迴歸模型(threshold autoregressive models)以及 Engle (1982)的 ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity)模型等。其中以 Engle (1982)的 ARCH 模型與 Bollerslev(1986)的 GARCH 模型，最受財務與經濟學者的青睞。其原因主要是 ARCH(GARCH)模型，能夠捕捉到如 Mandelbrot (1963)所觀察到股價變動的現象：大的變動之後常跟隨著大變動，小的變動之後跟隨著小變動；也就是說，股價的波動有聚集的現象，反映出股價報酬的變異數是隨時間而改變。其次，ARCH(GARCH)模型為固定參數化的隨機過程，因此很容易對模型加以擴充或改良。Bollerslev, Chou, and Kroner (1992)以及 Bollerslev, Engle, and Nelson (1994)對於 ARCH 模型以及 GARCH 模型在財務與經濟方面的應用，做了很詳細的理論與實證的說明與回顧，Bollerslev 等人 (1992)指出超過 200 篇以上的論文，利用了 ARCH 模型做相關的研究。在國內應用 ARCH 模型理論的相關研究，也不在少數。因此在財務理論的計量實證中，Engle (1982)的 ARCH 模型與 Bollerslev (1986)的 GARCH 模型成為最受歡迎的非線性隨機模型。Bollerslev (1986)的 GARCH 模型可表為如下：

$$r_t = x_t b + \varepsilon_t \tag{5}$$

其中，x_t 為包含先決變數與外生變數的向量，b 為參數向量，ε_t 為滿足下式的誤差項

$$\varepsilon_t = h_t z_t \text{，} z_t \sim i.i.d.\ \ N(0,1) \tag{6}$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j}^2 \tag{7}$$

其中，p,q 為非負的整數，$\alpha_0 > 0$，$\alpha_i \geq 0$ 與 $\beta_j \geq 0$ 對所有的 j。其中 ε_t 表示為未期望的變動，定義為 $\varepsilon_t \equiv r_t - E(r_t|\Phi_{t-1})$。若方程式(7)中的 q=0，則 GARCH(p,q)就縮減為 ARCH(p)模式。其次，若 $(\sum_{i=1}^{p} \alpha_i + \sum_{j=1}^{q} \beta_j) < 1$，則 $\{\varepsilon_t\}$ 滿足弱式平穩(weakly stationary)的條件。在 GARCH(1,1)模型中，ε_t 存在四階動差條件為 $3\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 + \beta_1^2 < 1$，此時超額峰態係數為 $6\alpha_1^2(1-\beta_1^2-2\alpha_1\beta_1-3\alpha_1^2)^{-1}$ 大於 0。因此 GARCH 模型的非條件變異數的兩端較常態分配為胖，符合財務時間序列資料的特性。其次，(7)式中的 ε_{t-i}^2，若以 $z_{t-i}^2\sigma_{t-i}^2$ 替代，可發現大的條件變異數跟隨著另外一個大的變異數，而小的變動跟隨著小的變動，因此能夠捕捉到波動的聚集性。再者，GARCH 模型的另一個重要特色，是誤差項的條件變異數是可預測，這一點可從(7)式中得知。從(7)式中，未來的條件變異數是前期未預期的變動與前期條件波動的函數，表示投資者可藉由過去的未預期變動與波動的資訊，來預測未來的波動。

然而，GARCH(ARCH)模型有一個限制，就是不能反應過去非預期報酬變動的符號對當期條件變異數的影響。自從 Black (1976)以來的研究者，發現股票的報酬衝擊與未來報酬波動之間呈現負相關：對壞消息的反應是波動變化較大，對好消息的反應是波動變化較小。然而在 GARCH 模型中，當期的條件變異數為前期條件變異數與誤差項平方的函數，條件變異數只會隨著誤差項的大小值而變動，並不會隨著誤差項的符號而改變，因此 GARCH 模型並不能反應正負向的非預期變動對條件波動有不對稱性的影響。Engle and Ng (1993)指出 GJR 模型為一個最好的不對稱參數 GARCH 模型，王蛙(1995)實證結果發現 GJR 模型

較其他不對稱模型，更能掌握台灣股市波動不對稱的行為。然而，GJR 模型有一個缺點，就是不能反應 Rabemananjara and Zakolin(1993)指出不同程度的非預期報酬變動可能會改變波動不對稱效果的方向（不對稱性反轉）。為了捕捉不對稱性反轉的現象，Fornari and Mele (1997)提出一個波動轉換 GARCH 模型(Volatility-Switching GARCH Model)，可以衡量非預期報酬變動的方向與大小對條件波動有不對稱的影響。 Fornari and Mele (1997)的波動轉換 GARCH 模型為：

$$\varepsilon_t = h_t z_t \text{，} z_t \sim i.i.d.\ N(0,1) \tag{8}$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2 + S_{t-1} v_{t-1} \tag{9}$$

$$S_t = +1 \quad \text{if } \varepsilon_t > 0 \tag{9.1}$$

$$S_t = 0 \quad \text{if } \varepsilon_t = 0 \tag{9.2}$$

$$S_t = -1 \quad \text{if } \varepsilon_t < 0 \tag{9.3}$$

$$v_t \equiv \delta_0 \varepsilon_{t-1}^2 - \delta_1 h_t^2 - \delta_2 \tag{10}$$

其中，v_t 表為實際條件波動（ε_t^2）與其估計值之差的線性組合，在模型中扮演如同誤差修正項的角色。若 $v_t > 0$，在其他條件不變下，負向衝擊比正向衝擊引起更大的波動；若 $v_t < 0$，在其他條件不變下，則正向衝擊引發波動較負向衝擊為大。因此波動轉換 GARCH 模型可以偵測波動的不對稱性與反轉。若波動轉換 GARCH 模型中的參數 $\delta_1 = \delta_2 = 0$ 時，則模型縮減為 GJR 模型。當波動轉換 GARCH 模型中的參數 $\delta_0 = \delta_1 = 0$ 時，則轉為符號轉換 GARCH 模型。由以上的分析可知，波動轉換 GARCH 模型為一個較一般化的 GARCH 模型，並且同時反應不對稱效果與不對稱效果的反轉現象。此外根據 Fornari and Mele (1997)以波動轉換 GARCH 模型對美國、德國、日本、英國、法國以及義大利等六國的股票市場的實證結果，發現波動轉換 GARCH 模型在解釋股價波動行為以及模型的配適性較 GJR 模型為好，因此本文以波動轉換 GARCH 模型作為股價波動的實證研究的模型基礎。

大部份的資產定價理論，皆假設資產組合的期望報酬與風險之間有正向關係。Engle, Lilien, and Robins (1987)提出 GARCH-M 模式，將條件平均數與條件變異數連接起來，提供研究期望報酬與市場風險的一個良好架構。因此在探討報酬與波動之間的關係時，本文應用波動轉換 GARCH-M 模型來研究店頭市場股價報酬與風險的關係。

在估計 GARCH 模式的參數時，本文是採用最大概似估計法(MLE)配合 Berndt, Hall, Hall, and Hausman (1974)演算法來估計條件平均數與條件變異數的參數。

參、實證分析

一、資料來源與初步統計分析

股票店頭市場的加權股價資料是來自於 AREMOS 資料庫，資料期間是從 1995 年 11 月 1 日到 1999 年 3 月 25 日的日資料。樣本點共計 949 個。

報酬率的計算是採取自然對數的一階差分，即 $r_t = \log(P_t / P_{t-1})$，其中 P_t 表為 t 時點的股價指數。表 1 為日報酬的一些敘述性的統計檢定量，包括平均數、標準差、偏態係數與峰態係數。由表 1 的結果發現報酬率在 5%水準下，無法拒絕平均數等於零的假設。報酬率為常態分配的虛無假設下，偏態係數(m_3)與峰態係數(m_4)統計量分別近似 $m_3 \sim N(0,6/T)$ 與 $m_4 \sim N(3,24/T)$，其中 T 表示觀察值的數目。在 5%顯著水準下，偏態係數值與超額峰態係數值分別為 0.18 與 1.09，顯著不等於零，表示在樣本期間中，報酬序列資料呈現右偏的高峰分配型態，顯示店頭市場的股價資料具有胖尾分配的特性。

在進行 BDS 檢定之前，本研究利用擴展型的 Dickey and Fuller (1979,1981)方法檢定報酬序列是否具有單根，從表一的單根檢定結果，在 5%顯著水準下，報酬序列拒絕單根的假設，表示報酬的序列具備平穩的特性。

表 1 報酬序列的統計檢定量摘要

觀察值	949		
平均數	5.41x10-4	標準差	1.79x10-2
偏態係數	0.18*	峰態係數	4.09**
K-S1	0.088**	ADF2	–17.10**
Q(6)3	16.81**	Q2(6)	54.79**

*表示在 5%顯著水準下顯著；**表示在 5%顯著水準下顯著

1.K-S 表示 Kolmogorov-Smirnov 常態分配檢定統計量，在常態分配的虛無假設下，5%檢定水準的棄卻值為 0.06；1%檢定水準的棄卻值為 0.072

2.ADF 表示擴展型的 Dickey-Fuller 單根檢定，若要檢定 $\{r_t\}$ 是否具有單根，則估計模式 $\Delta r_t = b_0 + b_1 t + b_2 r_{t-1} + \sum_{s=1}^{k} C_s (\Delta r)_{t-s} + u_t$。其中，$\Delta$ 表示一階差分運算子，t 為時間趨勢。檢定虛無假設 $H_0 : b_2 = 0$ 與對立假設 $H_1 : b_2 < 0$。若接受虛無假設，表示 $\{r_t\}$ 有單根。在 5%顯著水準下的臨界值為-3.42。

3.Q(6)與 Q2(6)表示為落後 6 階的 Ljung-Box 統計檢定量，分別檢定報酬序列與報酬序平方序列的序列相關。在 5%顯著水準下的臨界值為 12.59。Ljung-Box 統計量計算式為：$Q(N) = T(T+2)\sum_{j=1}^{N} (\rho_j^2 / T - j)$，其中 ρ_j 表落後 j 期的樣本相關係數，T 表樣本數。

表 2 報酬序列日資料之 BDS 檢定值

m \ ε/σ	0.5	0.75	1	1.25	1.5
2	7.03	9.48	9.7	10.09	10.47
3	13.51	14.02	14.35	14.95	15.16
4	26.33	26.13	25.96	22.82	21.98
5	66.19	106.56	51.94	45.74	36.51

二、非線性檢定分析

以下說明進行進行股價報酬非線性檢定的步驟與結果：

（一） BDS 檢定

在執行BDS檢定報酬序列資料是否來自獨立同態的分配時，首先必須面臨如何選擇適當的 ε。若 ε 選擇太小，或 m 的選擇太大，則會使觀察的數目劇烈的遞減，而產生不可靠的結果。根據 Hsieh and Le Baron (1988a,b)模擬各種 ε 的結果，本文選擇 ε 值介於 0.5 到 1.5 倍標準差之間，考慮的維度由 2 到 5。表二為報酬序列的 BDS 檢定的結果。

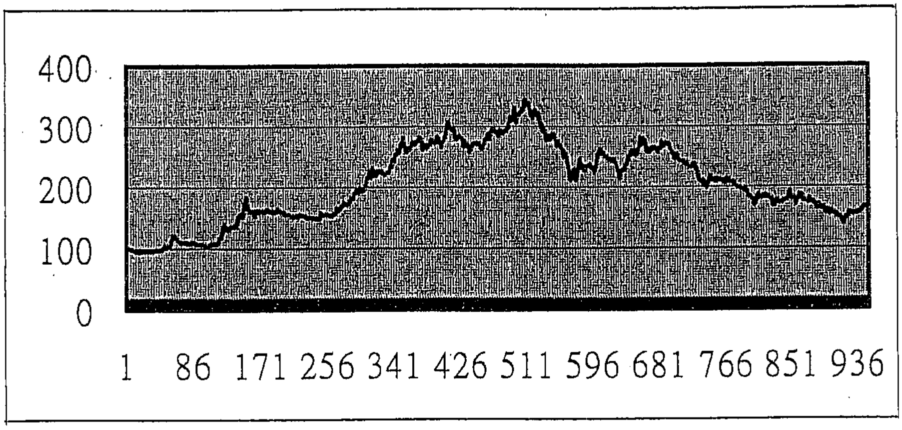

圖 1 店頭市場股價指數趨勢圖

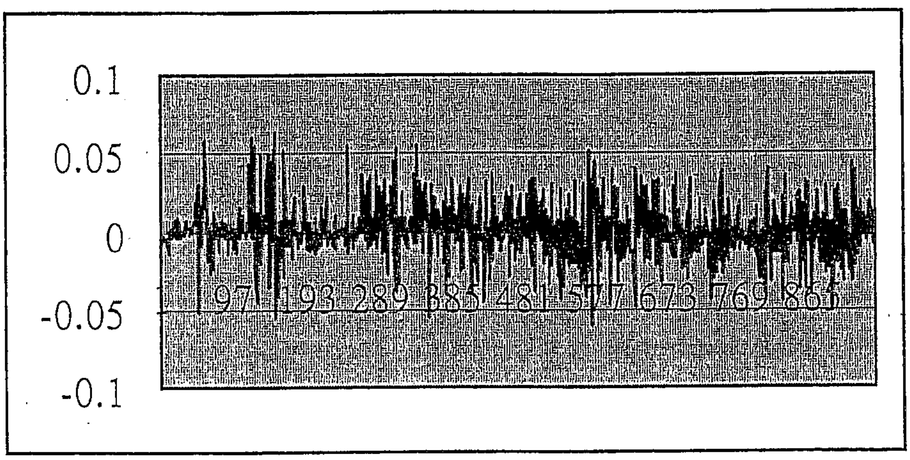

圖 2 店頭市場股價指數報酬走勢圖

由於 BDS 統計量近似於標準常態分配，因此在顯著水準為 5%下，若 BDS 檢定絕對值大於 1.96，則表示報酬序列為獨立同態分配的虛無假設並不成立。觀察表 2 的 BDS 檢定值，顯示報酬序列拒絕來自獨立同態分配。換句話說，店頭市場股價報酬序列日資料不屬於白噪音過程，亦即資料隱含某種關係。Hsieh (1991)研究指出，拒絕獨立同態分配的可能原因為資料的不穩定性、線性相依、非線性隨機過程與混沌。由於報酬序列資料，利用單根的檢定方式，顯示為平穩的序列資料，因此可以排除資料的不穩定而導致拒絕報酬序列資料為獨立同態分配的原因。

（二）線性相依的檢定

導致拒絕報酬序列資料為獨立同態分配的另一個原因，是報酬序列資料的相依性。本文利用 Ljung-Box 統計量，來檢定報酬序列與報酬平方序列資料的相依性。在報酬序列無相關的虛無假設下，Ljung-Box 檢定統計量 Q(N)為服從自由度為 N 的卡方分配。檢定統計值 Q(6)=16.81 大於 5%顯著水準下的 $\chi_6^2=12.59$，拒絕報酬序列為獨立的假設，顯示報酬序列資料呈現線性相依的現象，隱含過去的報酬可以來預測未來的報酬。另外，本文進一步檢定報酬二階動差的相依性，在報酬平方序列為不相關的虛無假設下(報酬序列的變異數為固定)，檢定統計量 Q2(6)=154.79 大於 5% 顯著水準的卡方臨界值，也拒絕報酬的變異數是固定的假設。由報酬的序列與報酬平方的序列的相依性檢定可知，報酬的一階與二階動差的序列相關性，是導致拒絕獨立同態分配的部份原因。

（三）非線性檢定

根據 Brock (1986)殘差理論，當一個系統是非線性時，檢定經過線性過濾之後的殘差項，仍然可獲得非線性的特性。由前面線性相依的檢定結果，發現報酬序列具有序列相關的行為，為了檢定報酬是否具有非線性相依，首先將報酬以自我迴歸模型來過濾，以獲得殘差序列。本文在配適自我迴規模型時，是採用 Akaike (1973)準則 (Akaike,s information criterion, AIC)與 Schwarz (1978)準則 (Schwarz,s criterion, SC)來決定自我迴歸項的期數。Akaike 定義 AIC 函數與 Schwert 定義 SC 函數分別為：

$$AIC(k) = T \cdot \ln \sigma_i^2 + 2k \tag{11}$$

$$SC(k) = T \cdot \ln \sigma_i^2 + k \cdot \ln T \tag{12}$$

(11)(12)兩式中的 k，表自我迴歸的期數；T 表樣本數；σ_i^2 表自我迴歸期數為 k 時的 $\sum_{i=1}^{T} \varepsilon_i^2$。而 AIC 與 SC 準則就是選取能使 AIC(k)與 SC(k)為最小的 k 值。根據兩個準則所決定的自我迴歸期數為 1 時，使得 AIC(k)與 SC(k)為最小，如表 3 所示。將配適 AR(1)模型所獲得的殘差序列令做 $\{u_t\}$，並以 BDS 檢定 $\{u_t\}$，檢定結果列於表 4。從表 4 的 BDS 統計量都拒絕虛無假設，表示股價報酬序列具有非線性的現象。

（四）ARCH 效果與不對稱性的檢定

在確定股價報酬序列乃屬於一種非線性的過程之後，可利用隨機非線性的模型，來分析股價報酬序列的行為。由前面的分析得知，在隨機非線性的模型中，以 Engle(1982)所提的 ARCH 模型，最受財務與經濟學界所使用。本文在建立 ARCH 模型之前，採用 Engle(1982)的 LM 檢定方式，檢定報酬的變異數是否具有 ARCH 效果，在沒有 ARCH 效果的假設下，統計檢定量為 $T \cdot R^2$，漸進自由度為 p 的卡方分配，其中 T 為樣本數，R^2 為(13)式的判定係數。

$$\varepsilon_t^2 = w_0 + w_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \ldots + w_p \varepsilon_{t-p}^2 \tag{13}$$

表 3：AIC 與 SC 函數值

落後期數	AIC 值	SC 值
1	-1141.6346＊	-1131.9280＊
2	-1139.0226	-1124.4659
3	-1136.0747	-1116.6700
4	-1134.7797	-1110.5290
5	-1131.7818	-1102.6874
6	-1129.3613	-1095.4252
7	-1127.2314	-1088.4559
9	-1122.5173	-1074.0692
10	-1120.9371	-1067.6559
11	-1118.2698	-1060.1576
12	-1115.0621	-1052.1211
13	-1111.8582	-1044.0905
14	-1109.0326	-1036.4404
15	-1106.0882	-1028.6737
16	-1102.8936	-1020.6589
17	-1102.9558	-1015.9032
18	-1100.1165	-1008.2480
19	-1098.0753	-1001.3931
20	-1095.7995	-994.3058

＊表最小值

表 4 AR(1)報酬殘差序列之 BDS 檢定值

m \ ε/σ	0.5	0.75	1	1.25	1.5
2	9.29	9.82	9.04	9.87	9.93
3	12.91	14.47	14.26	14.42	15.38
4	47.12	31.05	27.15	23.37	23
5	- 6.13	84.27	54.07	38.68	41.65

其中，$\{\varepsilon_t^2\}$為以最小平方法估計 $\{r_t\}$ 所得到的殘差平方序列。本文檢定 $w_1 = w_2 = \ldots = w_5 = 0$ 的限制下，檢定結果 $T \cdot R^2 = 77.06$，在 1%顯著水準下，大於自由度為 5 的卡方統計值為 11.07，拒絕沒有 ARCH 效果的假設。其次，為了檢驗好消息與壞消息對條件波動是否有不同的影響（亦即檢定是否具有波動不對稱性），本文應用 Engle and Ng

表 5 ARCH 效果與波動不對稱性檢定表

診斷檢定方法	ARCH(1)1	SBT	NSBT	PSBT	JT
檢定統計值	77.06**	-3.42**	-5.68**	2.84**	49.71**

*表示在 5%顯著水準下顯著；**表示在 5%顯著水準下顯著

1ARCH 表示 Engle(1982)的 Lagrange Multiplier 檢定的卡方值。

(1993)所發展的診斷方法，包括符號偏誤檢定 (sign bias test, SBT)、負向規模偏誤檢定 (negative size bias test, NSBT)、正向規模偏誤檢定 (positive size bias test, PSBT)與聯合檢定 (join test, JT)。JT 的檢定迴歸式為：

$$\varepsilon_t^2 = c_0 + c_1 S_{t-1}^- + c_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + c_3 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + z_t \qquad (14)$$

其中，c_i (i=0,1,2,3) 為實值非隨機參數，z_t 為白噪音過程。S_{t-1}^-、S_{t-1}^+ 為虛擬變數，若 $sign(\varepsilon_t) = -1$，則 $S_{t-1}^- = 1$；反之，則為 0。S_{t-1}^+ 的定義與 S_{t-1}^- 相反。SBT、NSBT 與 PSBT 主要分別以 t 檢定 c_1、c_2 與 c_3。JT 的檢定統計量為 $T \cdot R^2$，其漸進分配為自由度為 3 的卡方分配，在 95%信賴水準下的臨界值為 7.81。表 5 為 ARCH 效果與波動的不對稱性檢定表，SBT、NSBT 與 PSBT 檢定結果呈現高度顯著，說明未預期變動的方向與大小影響波動的行為。

三、波動轉換 GARCH 模式的估計結果

上節的分析結果得知，股價報酬具有非線性的行為，報酬的條件波動具有異質性與不對稱性現象。因此本節以波動轉換 GARCH 模型來描述股價報酬的非線性行為。在建立波動轉換 GARCH 模型時，包含條件平均數方程式與條件變異數方程式的設定。本文在決定條件平均數的自我迴歸期數時，根據 Akaike 法則與 Schwert 法則決定期數為 1。在設定條件變異數方程式時，本文依據 Bollerslev et al. (1992) 的建議，設定 GARCH(1,1) 模型。因此本文建立 AR(1)-波動轉換 GARCH(1,1) 模型來描述股價報酬的非線性行為。此外，應用 Beller and Nofsinger (1998)探討股價報酬波動是否具有季節效應行為的 GARCH 模型的方式，本文進一步檢查我國 OTC 市場的股價報酬波動是否具有週日效果，所建立的 AR(1)–波動轉換 GARCH(1,1)的模式如下：

$$r_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (15)$$

$$\begin{aligned} h_t^2 = {} & \alpha_{01} D_1 + \alpha_{02} D_2 + \alpha_{03} D_3 + \alpha_{04} + \alpha_{05} D_5 \\ & + \alpha_{06} D_6 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2 + S_{t-1} v_{t-1} \end{aligned} \qquad (16)$$

其中，D_1，D_2，D_3，D_5，D_6 分別表為星期一、星期二、星期三、星期五、與星期六的虛擬變數。例如當交易日為星期一時，$D_1 = 1$ 否則為 0，其餘虛擬變數的定義同理類推。r_{t-1} 與 a_1 表示為前一期報酬與相對應的自我迴歸係數。若 a_1 統計檢定顯著為正，表示過去報酬會影響條件平均數，亦即未來報酬可利用過去的資訊來加以預測，而違反股價遵循隨機走步的假設。本文同時估計了對稱性的 AR(1)-GARCH(1,1)模型，估計的結果列於表 6，以做為與波動轉換 GARCH 模型的比較基礎。表 7 為 AR(1)-波動轉換 GARCH 模型的估計結果。表 6 與表 7 估計的結果得知，一階序列相關(a_1)呈現高度顯著性，表示可藉由前期的報酬率觀測值來預測下期的報酬率。在條件變異數方程式中，估計結果顯示呈現強烈的異質性。二個模型的 α_1 與 β_1 係數值統計檢定顯著為正，表示前期的未預期的波動與前期的波動會影響本期的變異數，顯示股價報酬的變異數具有強烈的序列相關。在波動轉換 GARCH 模型中，δ_0、δ_1 與 δ_2 係數統計檢定顯著，顯示報酬時間序列資料的條件變異具有不對稱效果與不對稱性反轉的行為。因此若忽略條件波動的不對稱性，隱含模式有誤設之虞。此外，在波動週日效果的檢定上，發現週

一、週三與週五的波動顯著大於週四的波動，顯示波動具有週日效果。

對於所有的估計模式，本文執行一些診斷檢定，以比較模型的配適性。首先我們利用 Ljung-Box 統計檢定標準化的殘差序列值與(ε_t/h_t)標準化殘差平方的序列值$(\varepsilon_t/h_t)^2$。統計檢定量 Q(12)與 Q2(12)為服從自由度等於 12 的卡方分配。波動轉換GARCH模式與GARCH模式的Q(12)與 Q2(12)值，均低於 5%的顯著水準，表示沒有違反序列相關的假設。其次，在條件變異數正確的設定之下，則表示$E(\varepsilon_t|\Phi_{t-1})=h_t^2$。為了檢定這個條件，可以$(\varepsilon_t^2/h_t^2-1)$為應變數，對$1/h_t^2$與$\varepsilon_{t-1}^2/h_{t-1}^2,\ldots,\varepsilon_{t-5}^2/h_{t-5}^2$為自變數執行迴歸，利用 F 統計量檢定自變數的係數是否全部顯著為零。兩個 GARCH 模式的 F 檢定統計值低於 5%顯著水準下的$F_{6,935}=2.8$。然而，從表 7 的 SBT 對標準化的殘差項的 t 檢定顯著得知，GARCH 模型並沒有掌握到未預期變動的正負向衝擊對於波動有不同影響的事實。而在波動轉換 GARCH 模型中的 SBT、NSBT 與 PSBT 的檢定，呈現不顯著，表示波動轉換模型以能掌握到波動的不對稱效果。由此可知，具有不對稱性的波動轉換 GARCH 模型比對稱性的 GARCH 模型較能掌握股價報酬的非線性行為。

四、波動轉換GARCH-M模型的估計結果

資本資產定價理論描述資產的價格與風險具有正向的關係。本文擴充波動轉換GARCH模型，允許條件變異數為期望報酬率的決定因子。令u_t與h_t^2表示為在時間 t 下，市場的股報酬的條件平均數與條件變異數。市場報酬的條件平均數定義為過去報酬與報酬的條件變異數的函數。也就是

$$r_t=a_0+a_1r_{t-1}+g(h_t^2,\gamma)+\varepsilon_t \tag{17}$$

其中，$g(h_t^2,\gamma)$表示連接條件平均數與條件變異的函數。本文在考慮$g(h_t^2,\gamma)$函數的形式，包括線性$g(h_t^2,\gamma)=\gamma h_t^2$、平方根$g(h_t^2,\gamma)=\gamma h_t$以及取對數的形式$g(h_t^2,\gamma)=\gamma\log(h_t^2)$。選擇變異數的理由為 Merton (1973)證明若投資者具有對數的效用函數，則報酬的變異數與報酬的期望值呈線性的關係，亦即$\gamma>0$。並且在線性的設定下，參數γ可解釋為相對風險趨避係數(relative risk aversion coefficient)。平方根的設定主要是基於標準差為衡量風險的主要指標。而選擇對數的設定形式主要是基於 Engle, Lilien, 與 Robins (1987)實證研究發現，對數型態提供很好的配適度。因此本文檢定三種期望報酬率與風險關係的方程式為：

$$r_t=a_0+a_1r_{t-1}+\gamma h_t^2+\varepsilon_t \tag{18}$$

$$r_t=a_0+a_1r_{t-1}+\gamma h_t+\varepsilon_t \tag{19}$$

$$r_t=a_0+a_1r_{t-1}+\gamma\log(h_t^2)+\varepsilon_t \tag{20}$$

表 7 分別為條件平均數（18）（19）（20）式與條件變異數（16）式估計結果。從表 7 的數據顯示三種不同設定方式的估計結果很相似。在條件平均數方程式上，一階序列相關(a_1)仍然呈現高度顯著性。其次，在三種條件變異數與條件平均數關係的函數設定中，所有γ係數值皆呈現不顯著的關係。

在條件變異數方程式中，所有α_1與β_1係數值統計檢定顯著為正，仍然呈現強烈的異質性。三個波動轉換 GARCH-M 模型的δ_0、δ_1與δ_2係數呈現仍然呈現顯著。三個模型的診斷檢定上，仍然通過 Ljung-Box Q 檢定、F 檢定與 SBT、NSBT 以及 PSBT 檢定。但就概似函數值的比較而言，則以（18）與（19）兩式的配適性較好。就波動的週日效果檢定上，仍然發現星期一、星期三與星期五的波動明顯大於星期四。

肆、結論

在 1970 年代的文獻，皆認為資產的價格或報酬遵循幾何隨機漫步。但最近的一些研究指出市場隱含非線性的過程被提出後，打破幾何隨機漫步的假設。本文主要利用 BDS 檢定來偵測台灣股票店頭市場的股價的行為是否具有非線性相依的現象，以提供店頭市場是否具有效率性的證據。在確定店頭市場股價具有非線性現象之後，利用

非線性的 GARCH 模型與波動轉換 GARCH 模型來描述股價的行為。其次，本文利用波動轉換 GARCH-M 模式，檢定股價的期望報酬與風險是否具有正向關係的假設。本文分別測試三種衡量風險指標與條件平均數的關係，分別是條件變異數、條件標準差與對數條件變異數的設定方式。

BDS 檢定結果發現股價不為獨立同態分配序列，而是具有線性與非線性相依的現象。店頭市場股價報酬與波動序列呈現顯著性的序列相關，拒絕股價報酬為隨機漫步的過程，表示投資者可藉由過去的價格資訊來預測未來股價的走勢。對於投資者而言，因其關心的是在其投資期間內，股價報酬的平均值與風險的大小，而本文實證發現 AR(1)-波動轉換 GARCH(1,1)模型能夠捕捉到價格序列的線性與非線性的行為，因此 AR(1)-波動轉換 GARCH(1,1)模型，可以作為投資者預測股價期望報酬與條件變異數的一個良好模型。波動轉換 GARCH(1,1)-M 模型的實證結果發現股價報酬呈現強烈條件異質的現象，顯示股價序列資料呈現波動的聚集性，股價的變異數不是固定的，而是隨時間的經過而改變。本文同時發現台灣店頭股市的條件波動對於訊息的到達，表現不對稱性與反轉的現象。此外股價波動具有週日效果。最後，本文發現在期望報酬與三種測度風險的指標：變異數、標準差與對數變異數之間，並沒有顯著的關係，隱含這三種風險衡量的指標，尚不足以描述投資者所考慮的風險，建議未來可朝這一方面做深入研究。

參考文獻

1. 王甡，「報酬衝擊對條件波動所造成之不對稱效果—台灣股票市場之實證分析」，證券市場發展季刊，第七卷第一期，民國 84 年，頁 125-160。
2. 李詩玫，「運用渾沌理論於台灣金融市場行為之研究」，國立中山大學資訊管理研究所碩士論文，民國 87 年。
3. 黃柏農，「多國性股價報酬率的統計特性及星期效果研究—自我相關條件異質性模型的應用」，中國財務學報，第二卷第二期，民國 84 年，頁 44-76。
4. 許鎮明、謝嘉晉，「台灣股價之非線性檢定分析及預測」，第四屆證券暨金融市場理論與實務研討會，中山大學，民國 84 年。
5. 郭祥兆、韓宜芬，「台灣加權股價指數非線性與混沌現象之研究」，管理科學學報，第十一卷第一期，民國 83 年，頁 49-69。
6. 劉曦敏、葛豐瑞，「台灣股價指數報酬率之線性及非線性變動」，經濟研究，第三十四卷第一期，民國 85 年，頁 73-109。
7. 萬哲鈺，「時間數列之非線性動態分析—台灣股價報酬的研究」，83 年度經濟學門專題計畫研究成果發表會論文集，民國 85 年 3 月，頁 112-161。
8. Akaike, H. (1969), "Fitting Autoregressive Models for Prediction," Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 21, pp.243-247.
9. Akaike, H. (1973), "Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle. In 2d. International Symposium on Information Theory," edited by B. N. Petrov and F. C. Budapest: Akademiai Kiado, pp.267-281.
10. Black, F. (1976), "Studies of Stock, Price Volatility Changes," Proceedings of the American Statistical Association: Business and Economic Statistics Section, pp.177-181.
11. Social Measurement, 4, pp.653-665.
12. Baillie, R.T. and R. P. DeGennaro (1990), "Stock Returns and Volatility," Journal of Financial and Quantitative Analysis, 23, pp.307-327.
13. Beller, K. and J.R. Nofsinger (1998), "On Stock Return Seasonality and Conditional Heteroskedasticity," Journal of Financial Research, 51(2), pp.229-246.
14. Berndt, E., B. Hall, R. Hall and J. Haussman (1974), "Estimation and Inference in nonlinear Structural Models," Annals of Economic and
15. Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," Journal of Econometrics, 31, pp.307-327.
16. Bollerslev, T., R. Chou, and K. Kroner (1992), "ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence," Journal of Econometrics, 52, pp.5-59.

表 6 GARCH 模型估計結果

	GARCH 模型	波動轉換 GARCH 模型
a_0	-0.000240988 (-0.46926)	0.000051447 (0.09887)
a_1	0.101457487 (2.84791**)	0.1026 (2.84205**)
α_{01}	0.000032359 (1.33573)	0.00012540 (4.75920**)
$\alpha_{02.}$	0.000015842 (0.65742)	0.000021413 (0.98262)
α_{03}	0.000002670 (0.08429)	0.00007661 (2.23124*)
α_{04}	-0.000004134 (-0.24615)	-0.00001286 (-0.8377)
α_{05}	0.000068228 (2.59187**)	0.00008234 (4.39641**)
α_{06}	0.000016843 (0.74867)	0.00003481 (1.38863)
α_1	0.208023539 (6.78558**)	0.2129 (5.59046**)
β_1	0.753073436 (25.51299**)	0.6756 (15.59769**)
δ_0		-0.0986 (-3.23472**)
δ_1		- 0.1365 (-2.85054**)
δ_2		- 0.000020149 (-2.37055*)
LogL	3415.181589	3432.18417708
Q(12)	14.873	16.041
Q2(12)	8.5768	11.5674
F 值	0.5150	0.6812
SBT	-3.11197**	-0.45317
NSBT	-1.21463	-0.28198
PSBT	-1.19483	-0.37946

*表示在 5%顯著水準下顯著；**表示在 1%顯著水準下顯著；括弧內的數字表示 t 值。

表 7　AR(1)-波動轉換 GARCH-M 估計結果

	$u_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + \gamma h_t^2$	$u_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + \gamma h_t$	$u_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + \gamma \log(h_t)$
a_0	-0.000748358 (-0.85584)	-0.0017712 (-1.30473)	-0.0016723 (-0.40995)
a_1	0.096143071 (2.62554**)	0.0963 (2.63659**)	0.1013 (2.75527**)
γ	3.737823215 (1.18796)	0.1301 (1.42457)	-0.00023281 (-0.52151)
α_{01}	0.000122678 (4.74256**)	0.00012173 (4.75904**)	0.00015793 (6.88148**)
α_{02}	0.000020080 (0.95924)	0.000019052 (0.92784)	0.000017649 (1.507)
α_{03}	0.000081798 (2.38993*)	0.000083865 (2.49942*)	0.000093487 (3.59436**)
α_{04}	-0.000017907 (-1.16376)	-0.000020417 (-1.34763)	-0.000010934 (-1.2050)
α_{05}	0.000077849 (4.16287**)	0.000080211 (4.40840**)	0.000095746 (6.69925**)
α_{06}	0.000042917 (1.81839)	0.000045573 (1.96159	0.000032436 1.92922
α_1	0.195500113 (5.52327**)	0.1897 (5.50606**)	0.2461 (6.03282**)
β_1	0.702154162 (16.83760**)	0.7125 (17.30473**)	0.6140 (14.37366**)
δ_0	- 0.085348325 (-3.09559**)	-0.0822 (-3.09598**)	-0.1243 (-3.62613**)
δ_1	- 0.147425527 (-3.05961**)	-0.1410 (-3.10819**)	-0.1351 (-2.87951**)
δ_2	- 0.000016397 (-1.97788*)	-0.000017034 (-2.30139*)	-0.000027028 (-3.098**)
LogL	3433.30992554	3433.31180176	3425.64699184
Q(12)	15.8184	15.8973	14.5727
Q2(12)	10.3528	10.0502	14.2173
F 值	0.6739	0.6582	0.8636
SBT	-0.39878	-0.41302	-0.18202
NSBT	-0.25661	-0.36416	0.53688
PSBT	-0.35696	-0.29755	-0.65872

*表示在 5%顯著水準下顯著；**表示在 1%顯著水準下顯著；括弧內的數字表示 t 值。

17. Bollerslev, T., R. F. Engle, and Nelson (1994), "ARCH Models," Handbook of Econometrics, 5, pp.2960-3038.
18. Breusch, T. S. and A. R. Pagan (1978), "A Simple Test for Heteroskedastic City and Random Coefficient Variation," Econometrica, 46, pp.1287-1294.
19. Brock, W. (1986), "Distingusishing Random and Deterministic Systems," Journal of Economic Theory, 40, pp.168-195.
20. Brock, W. (1987), Notes on Nuisance Parameter Problems in BDS Type Tests for IID, University of Wisconsin, Madison.
21. Brock, W., W. Dechert, and J. Scheinkman (1987), A Test for Independence Based On the Correlation Diension, University of Wisconsin, Madison, University of Houston, and University of Chicago.
22. Brock, W., D.A. Hsieh, and Blake Lebaron (1993), Nonlinear Dynamic, Chaos, and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England.
23. Brorsen B.W. and Yang Seung-Ryong (1994), "Nonlinear Dynamics and the Distribution of Daily Stock Index Returns," Journal of Financial Research, 57(2), 187-203.
24. Campell, J. (1987), "Stock Returns and the Term Structure," Journal of Financial Economics, 18, pp.373-399.
25. Campell, J. and L. Hentschell (1992), "No News is Good News: An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns," Journal of Financial Economics, 31, pp.281-318.
26. Christie, A. (1982), "The Stochastic Behavior of Common Stock Variance: Value, Leverage and Interest Rate Effects," Journal of Financial Economics, 10, pp.407-432.
27. Dickey, D. and W. Fuller (1979), "Distribution of the Estimates for Autoregressive Time Series with Unit Root," Journal of the American Statistical Association, 74, pp.427-431.
28. Dickey, D. and W. Fuller (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root," Econometrica, 49(4), pp.1057-1072.
29. Engle, R. F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation," Econometrica, 50, pp.987-1008.
30. Engel, R.F., and T. Bollerslev (1986), "Modeling the Persistence of Conditional Variance," Econometric Review, 5, pp.1-50.
31. Engel, R.F., D. Lilien, and R. Robins (1987), "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model," Econometrica, 55, pp.391-407.
32. Engel, R.F., and C. Mustafa (1992), "Implied ARCH Models from Option Prices," Journal of Econometrics, 52, pp.289-311.
33. Engel, R.F., and V. Ng (1993), "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility," Journal of Finance, 45, pp.1749-1777.
34. Engel, R.F., V. Ng, and M. Rothschild (1990), "Asset Pricing with a Factor ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills," Journal of Econometrics, 45, pp.213-38.
35. Fornari, F. and A. Mele (1997), "Sign- and Volatility-Switching ARCH Models:Theory and Applications to International Stock Markets", Journal of Applied Econometrics, 12, pp. 49-65.
36. French, R. K., G. W. Schwert, and R. F. Stambaugh (1987), "Expected Stock Returns and Volatility," Journal of Financial Economics, 19, pp.3-29.
37. Glosten, L., R. Jagannathan, and D. Runkle (1993), "On the Relation Between the Expected Value and the Volatility on the Nominal Excess Returns on Stocks," Journal of Finance, 48, pp.1779-1801.
38. Gourieroux, C. and A. Monfort (1992), "Qualitative Threshold ARCH Models," Journal of Econometrics, 52, pp.159-99.
39. Granger, C. and A.P. Anderson (1978), An Introduction to Bilinear Time Series Models.
40. Grassberger, P. and I. Procaccia (1983), "Measuring the Strangeness of Strange Attractors," Physica, 9, pp.189-208.
41. Harvey, A., E. Ruiz, and N. Shephard (1994), "Multivariate Stochastic Variance Models,"

Review of Economic Studies, 61, pp.247-264.
42. Hentschel, L. (1995), "All in the Family Nesting Symmetric and Asymmetric GARCH Models," Journal of Financial Economics, 39, pp.71-104.
43. Higgins, M. L. and A. K. Bera (1992), "A Class of Nonlinear ARCH Models," International Economic Review, 33(1), pp.137-158.
44. Hsieh, D. A. (1989), "Testing for Non-linear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates," Journal of Business, 62(3), pp.25-43.
45. Hsieh, D. A. (1991), "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets," Journal of Finance, 55(5), pp.1839-1877.
46. Hsieh, D. A. (1993), "Implications of Nonlinear Dynamic for Finance Risk Management," Journal of Financial Quantitative Analysis, 28(1), pp.41-64.
47. Hsieh, D. A. and B. LeBaron (1988), Finite Sample Properties of the BDS Statistic, University Of Chicago and University of Wisconsin, Madison.
48. Hsu Y. (1993), "Estimating the Relation between Risk Premium and Volatility in Taiwan Stock Market: An ARCH Approach," The Chinese Finance Association Annual Conference Proceedings, pp. 421-444.
49. Mandelbrot, B. (1963), "The Variation of Certain Speculative Prices," Journal of Business, 36, pp.394-419.
50. Merton, R.C. (1973), "An Intertemporal Capital Asset Pricing," Econometrica, 41, pp.867-887.
51. Nelson, D. (1990), "ARCH Models as Diffusion Approximations," Journal of Econometrics, 45, pp.7-38.
52. Nelson, D. (1991), "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach," Econometrica, 59, pp.347-70.
53. Pagan, A. and G. Schwert (1990), "Alternative Models for Conditional StockVolatility," Journal of Econometrics, 45, pp.267-90.
54. Rabemananjara, R. and J. M. Zakolin (1993), "Threshold ARCH Models and Asymmetries in Volatility," Journal of Applied Econometrics, 8, pp.31-49.
55. Sakai, H. and H. Tokumaru (1980), "Autocorrelations of a Certain Chaos," IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1, pp.588-590.
56. Scheinkman, J. A. and B. LeBaron (1989), "Nonlinear Dynamics and Stock Returns," Journal of Business, 62(3), pp.311-337.
57. Schwarz, G. (1978), "Estimating the Dimension of a Model," The Annals of Statistics, 6, pp.461-464.
58. Schwert, G. W. (1989), "Why Does Stock Market Volatility Change Over Time? " Journal of Finance, 44, pp.1115-1153.
59. Subba Rao, T. and M. Gabr (1980), "A Test for Linearity of Stationary Time Series," Journal of Time Series Analysis, 1, pp.145-158.
60. Tong, H. and K. Lim (1980), "Threshold Autoregression, Limit Cycles, and Cyclical Data," Journal of the Royal Statistical Society, 42, pp.245-292.
61. Tsay, R., (1986), "Nonlinearity Tests for Time Series," Biometrika, 73, pp.461-466.
62. Turner, C. M., R. Startz, and Charls R. Nelson (1989), "A Markov Model of Heteroskedasticity, Risk, and Learning in the Stock Market," Journal of Financial Economics, 25, pp.3-22.
63. Yang, S.R. and B.W. Brorsen (1993), "Nonlinear Dynamics of Daily Futures Prices: Conditional Heteroskedasticity or Chaos? ," Journal of Future Markets, 13(2), pp.175-191.