

應用 EWMA 於類神經網路以監控制程平均

¹黃凡維 ²古東源 ³邱靜娥 ³陳世輝

¹雲林科技大學工業工程與管理研究所研究生

²雲林科技大學工業工程與管理研究所教授

³雲林科技大學工業工程與管理研究所助理教授

E-mail : g9321706@yuntech.edu.tw

摘 要

管制圖被廣泛的應用於統計製程管制以降低不良品的產生。傳統的 $\bar{x}$ 管制圖對於偵測製程平均大偏移較靈敏，但對於小偏移不靈敏。指數加權移動平均（Exponentially Weighted Moving Average, EWMA）管制圖在偵測製程平均小偏移時較 $\bar{x}$ 管制圖靈敏，但對偵測大偏移有不靈敏的問題。本研究主要目的是應用 EWMA 統計量結合類神經網路監控制程平均，並以平均連串長度（Average run length）為績效評估指標，希望同時能偵測製程平均數的大偏移與小偏移，研究結果顯示所提出的方法確實對大偏移與小偏移都能靈敏偵測。

關鍵詞：統計製程管制、指數加權移動平均管制圖、類神經網路

Using EWMA Statistics in Neural Network to Detect Mean Shifts

Fan-Wei Huang, Tong-Yuan Koo, Jing-Er Chiu, Shyh-Huei Chen
Institute of Industrial Engineering and Management
National Yunlin University of Science & Technology

Abstract

Control charts are commonly used in statistical process control. Traditionally, $\bar{x}$ control charts are good at detecting large changes in process mean, while Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) control charts are more powerful in detecting small shifts in mean. In this research an artificial neural network using EWMA statistics is proposed to detect both large and small shifts. The average run length is investigated to evaluate the performance of the proposed method through a simulation study. The results show that the proposed method has the ability to detect large and small mean shifts at the same time.

**Keywords : Average Run Length, Exponentially Weighted Moving Average,
Artificial Neural Network**

1. 前言

統計製程管制 (Statistical Process Control, SPC) 是品質管制中非常重要的一項技術。傳統的修華特管制圖應用於偵測製程發生大偏移時非常有效，但是對小偏移不靈敏。為瞭解決以上的問題，許多學者提出改良式的管制圖，諸如：適應性管制圖 (Adaptive control chart)，累積和 (Cumulative Sum, CUSUM) 管制圖，修華特-累積和 (Combined Shewhart-CUSUM) 管制圖，加權指數移動平均 (Exponentially Weighted Moving Average, EWMA) 管制圖等。

EWMA 管制圖雖然於偵測製程發生小偏移的效果比修華特管制圖好，在偵測製程發生大偏移時效果卻沒有比修華特管制圖好。近年來人工智慧 (Artificial Intelligence) 越來越受到品管學界及業界的重視，包括模糊理論 (Fuzzy)、類神經網路 (Artificial Neural Network)、基因演算法 (Genetic Algorithms) 資料探勘 (Data Mining) 等等。其中，由於類神經網路優異的模式辨識能力，使的它被廣泛的應用在各個領域。因此本研究將利用類神經網路結合 EWMA 統計量來提升判別製程平均是否發生偏移敏感度。本文第二部分探討相關之文獻，包含統計製程管制方法與類神經網路於統計製程管制之應用；第三部分說明本研究的類神經網路架構及參數的設定；第四部份為結果分析；最後為結論與討論。

2. 文獻探討

2.1 統計製程管制方法

傳統的修華特管制圖對於偵測製程發生大幅偏移非常有效，但是對於製程發生小偏移時較不敏感。為了改善這個缺點，許多輔助的法則被提出，較常使用的是區間測試法 (Zone test) 和連串測試法 (Run test)，但是有學者認為同時使用太多的輔助法則會造成型 I 誤差的增加。因此 CUSUM 管制圖，EWMA 管制圖，Combined Shewhart-CUSUM 管制圖相繼被提出。

Roberts (1959) 提出的 EWMA 管制圖可有效偵測到製程中的小幅度變動且當製程偏移愈小時其監控效果愈佳，此管制圖將資料中的每一觀測值給予其權數，並透過加權平均的觀念利用過去資料，使權數 λ 呈指數遞減之形式，其統計量 z_i 定義如下：

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) z_{i-1} \quad (1)$$

其中： z_i 為第 i 個觀測值之 EWMA 統計量； λ 是一給定的平滑指數， $0 < \lambda \leq 1$ ； x_i 是第 i 個觀測值。

EWMA 管制圖的變異數計算方法如下：

$$\sigma_{z_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) \left[1 - (1 - \lambda)^{2i} \right] \quad (2)$$

如果 i 趨近於無限大，變異數公式可簡化為：

$$\sigma_{z_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) \quad (3)$$

EWMA 管制圖的 L 倍標準差上下管制界限計算方法如下：

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \\ \text{LCL} &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \end{aligned} \quad (4)$$

由於 EWMA 管制圖有使用歷史資料，因此它也具有預測下一個時期的製程平均值的功​​能，也就是說 z_i 可視為第 $i+1$ 時期的製程平均值，所以 EWMA 管制圖也廣泛地被應用在時間序列模擬與預測上。

2.2 類神經網路於統計製程管制之應用

類神經網路應用於統計製程管制可大致分為：(1) 偵測製程平均是否發生偏移；(2) 偵測製程變異是否發生偏移；(3) 偵測製程平均及（或）製程變異是否發生偏移；(4) 非隨機樣式之偵測及辨識，以下將針對偵測製程平均之研究做回顧與探討。

Pugh (1989) 利用倒傳遞類神經網路偵測製程平均是否發生偏移，使用樣本大小 $n = 5$ 為類神經網路的輸入向量，其研究結果顯示在兩倍標準差的管制界限下，其 ARL 與修華特管制圖相近，但是卻具有更小的型 II 誤差。

Cheng (1994) 應用多層倒傳遞類神經網路偵測製程平均向上及向下的小偏移情況，作者利用最近的 16 組樣本平均值及 1 個特徵值作為類神經網路之輸入訊號，1 個輸出運算元表示製程狀態，訓練類神經網路時不將正常資料納入訓練樣本。其研究結果顯示，類神經網路在偵測製程平均發生大偏移時，其 ARL 績效與 Lucas (1982) 提出的 Shewhart-CUSUM 管制圖效果相似；但在偵測製程平均發生小偏移時，其管制外平均串連長度 (ARL_1) 比 Shewhart-CUSUM 管制圖更小。此研究也顯示，將樣本值經過區間分數法轉換後可以消除樣本數據中的雜訊，而在輸入訊號中加入特徵值也可以提升類神經網路的偵測效益。

Chang & Aw (1996) 利用模糊理論結合倒傳遞類神經網路來監控樣本大小 $n = 5$ 之製程的平均值變化，其類神經網路架構為：輸入 5 個原始資料為輸入向量，經過兩層隱藏層 (Hidden layer) 的運算，最後以一個輸出單元來表示製程平均的狀態，並以不同的目標值代表製程平均的偏移量。訓練類神經網路時，作者將正常的數據也納入訓練樣本，其研究結果顯示，輔以模糊判斷法則決定製程平均的狀態有助於降低型 I 誤差以及增加製程平均值偏移量的分類準確度。

綜上所述，類神經網路大多與 $\bar{x}$ 管制圖做結合來偵測製程平均和變異的偏移，後來有學者使用 CUSUM 統計量為類神經網路的輸入向量提升偵測製程平均發生

偏移時的敏感度，並與 Shewhart-CUSUM 管制圖做比較，其研究結果顯示類神經網路結合 CUSUM 管制圖的 ARL_1 績效比修華特-CUSUM 管制圖小。EWMA 管制圖和 CUSUM 管制圖同樣被利用來偵測製程小偏移，同樣在偵測製程平均發生大偏移時績效不如修華特管制圖好。有鑑於 Cheng (2001) 利用類神經網路結合 CUSUM 管制圖於偵測製程發生偏移時有不錯的績效，因此本研究將 EWMA 統計量結合類神經網路偵測製程平均，提升 EWMA 管制圖偵測製程平均的敏感度。

3. 模式建構

此小節主要說明本研究之研究架構，敘述如下：(1) 模擬產生訓練樣本並進行訓練樣本資料處理設定；(2) 決定類神經網路之參數並訓練類神經網路；(3) 模擬類神經網路管制上下界限；(4) 產生各種不同偏移量之製程數據並利用類神經網路求取 ARL；(5) 進行結果分析與績效比較。

3.1 訓練樣本資料處理設定

在本研究中，類神經網路是分析最近連續 k 組樣本資料，此 k 個資料就會構成一個分析視窗，而本研究所採用的分析視窗大小為 16。訓練類神經網路時應先產生訓練樣本，根據不同的 (λ, L) 組合依序模擬產生服從常態分配 $(0, 1)$ 、 $(3, 1)$ 及 $(-3, 1)$ 各 100 筆的資料並轉換成 EWMA 統計量，這 300 筆資料分別代表製程平均未發生偏移、製程平均向上偏移 3 倍標準差及製程平均向下偏移 3 倍標準差的資料。

表 1. 訓練樣本組成方式

平均值偏移量	個數	目標值
$+3\sigma$	100	1
0σ	100	0
-3σ	100	-1

將資料轉換成 EWMA 統計量後則進行標準化的動作，使資料介於 $[1, -1]$ 之間。資料標準化的公式為：

$$\text{Standardized Input} = -1 + 2\left(\frac{\text{Input} - \text{Min.Inputs}}{\text{Max.Inputs} - \text{Min.Inputs}}\right) \quad (5)$$

訓練資料標準化之後給予目標值，製程平均未發生偏移的訓練樣本目標值為 0，製程平均向上偏移 3 倍標準差的訓練樣本目標值為 1，製程平均向下偏移 3 倍標準差的訓練樣本目標值為 -1。

3.2 參數設定

本研究類神經網路採用倒傳遞演算法 (Back-Propagation)，輸入層運算元

(Neuron) 個數為 16，隱藏層數目為 1，隱藏層運算元個數為 9，輸出層運算元個數僅有 1 個，採用的轉換函數為雙曲線正切函數 (Hyperboic Tangent Function)，主要用來判斷製程平均是否發生偏移。學習速率 (Learn rate) 定為 0.1。綜上所述，本研究的類神經網路結構如圖 1 所示。

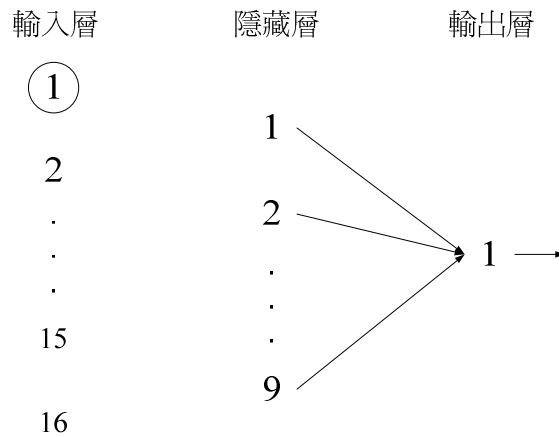


圖 1. 類神經網路架構

在執行類神經網路訓練之前須先決定終止條件，一般終止條件使用法則有以下四種：(1) 設定訓練次數：事先設定類神經網路的訓練次數，達到設定值則停止訓練；(2) 誤差均方根識別法 (RMS error)：設定 MSE 門檻值，當 MSE 降至此設定值時停止訓練；(3) 梯度法 (Gradient)：設定 MSE 變動差異值並量測前後兩次訓練誤差改變量，若差異值不再改變或是改變量很小則停止學習；(4) 交互驗證法 (Cross-validation)：將訓練樣本分為兩組，一組用來訓練類神經網路，另一組用來測試訓練結果，當兩組樣本的 MSE 差異值小於某個值則停止學習。

本研究採用第 4 項終止條件，為了預防訓練不足或是過度訓練 (Overfitting) 的情形發生，取訓練樣本 2/3 的資料放進類神經網路訓練，並利用剩下的 1/3 資料進行驗證。除了觀察訓練樣本與測試樣本 MSE 差值之外，本研究輔以類神經網路的分類率作為網路停止訓練之判斷準則，訓練次數從 50 次開始，每次遞增 50 次，訓練時同時觀察訓練樣本與測試樣本的 MSE 差異值及類神經網路分類率，一直到分類率達到 95% 為止。執行步驟如下：(1) 決定 EWMA 中 (λ, L) 組合，本研究使用 Lucas & Saccucci(1990) 的 5 組不同的組合；(2) 隨機選擇一組初始權重，並固定此初始權重，依不同的訓練次數進行類神經網路的訓練，反覆執行 50 次之後求分類率之平均值；(3) 比較訓練樣本與測試樣本的 MSE 差異值及分類率，並取適當的訓練次數。

表 2 為類神經網路於不同訓練次數的分類率，當分類率達到目標值時，取最小訓練次數為類神經網路的訓練次數。圖 2~圖 6 為不同 (λ, L) 組合在選定的訓練次數下的訓練情形，由圖可知訓練樣本與測試樣本的 MSE 差值都很小，因此

$\lambda=0.40$ 及 $L=3.054$ 時，訓練次數 550 次； $\lambda=0.25$ 及 $L=2.998$ 時，訓練次數為 550 次； $\lambda=0.20$ 及 $L=2.962$ 時，訓練次數為 500 次； $\lambda=0.10$ 及 $L=2.814$ 時，訓練次數為 550 次； $\lambda=0.05$ 及 $L=2.615$ 時，訓練次數為 850 次是網路適當的訓練次數。

表 2. 不同訓練次數和不同 (λ, L) 組合之分類率

	$\lambda=0.40$ $L=3.054$	$\lambda=0.25$ $L=2.998$	$\lambda=0.20$ $L=2.962$	$\lambda=0.10$ $L=2.814$	$\lambda=0.05$ $L=2.615$
50	0.671	0.721	0.715	0.766	0.789
100	0.839	0.848	0.846	0.850	0.835
150	0.857	0.866	0.863	0.865	0.848
200	0.869	0.880	0.872	0.876	0.854
250	0.886	0.897	0.896	0.890	0.864
300	0.896	0.903	0.902	0.899	0.871
350	0.910	0.922	0.922	0.916	0.883
400	0.916	0.925	0.929	0.923	0.885
450	0.936	0.942	0.945	0.943	0.899
500	0.939	0.949	0.950	0.943	0.903
550	0.953	0.961	-	0.955	0.919
600	-	-	-	-	0.920
650	-	-	-	-	0.932
700	-	-	-	-	0.935
750	-	-	-	-	0.942
800	-	-	-	-	0.945
850	-	-	-	-	0.950

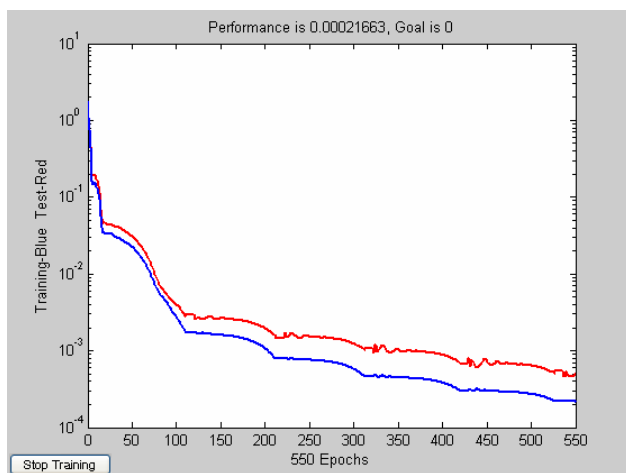


圖 2 $(\lambda, L) = (0.40, 3.054)$

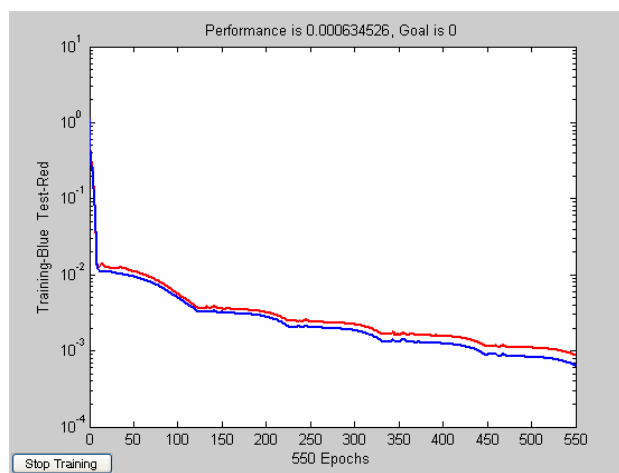


圖 3 $(\lambda, L) = (0.25, 2.988)$

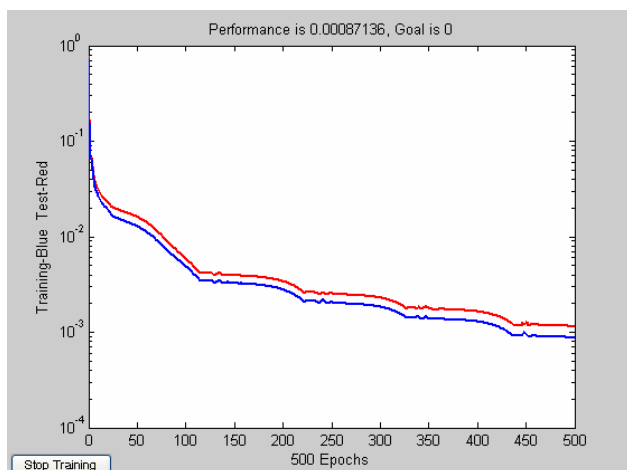


圖 4 $(\lambda, L) = (0.20, 2.962)$

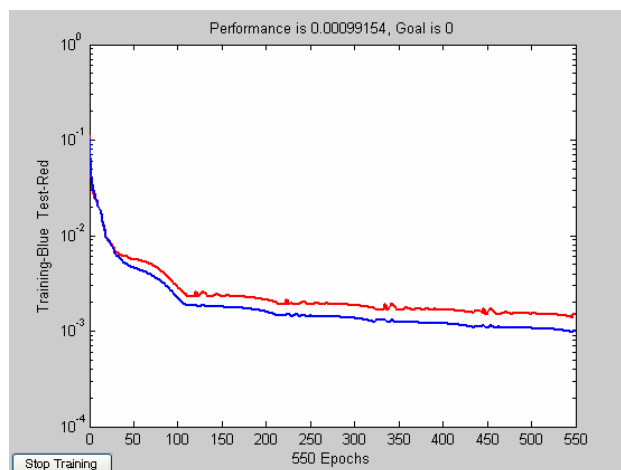


圖 5 $(\lambda, L) = (0.10, 2.814)$

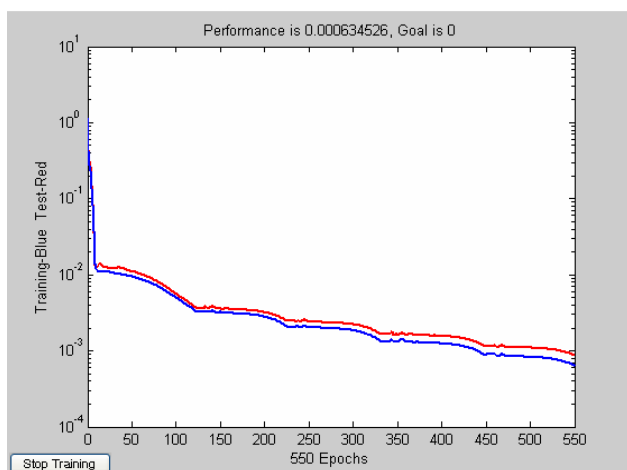


圖 6 $(\lambda, L) = (0.05, 2.615)$

3.3 模擬類神經網路管制上下限

由於類神經網路本身並無管制上下界限，因此必須設定界限值來判斷類神經網路輸出值是否超出管制界限。本研究利用模擬來找出類神經網路輸出值的管制界限，其步驟如下：

1. 產生 10000 筆服從常態 $(0, 1)$ 的資料，並轉換成 EWMA 統計量。
2. 進行資料的標準化，並輸入已訓練好的類神經網路產生類神經網路輸出值。
3. 將類神經網路輸出值排序之後上下各切機率值 0.001（因為本研究欲比較的管制圖 ARL_0 為 500），而切出的這兩個類神經網路輸出值則分別為管制上限及管制下限，如此重複 10000 次之後取平均值，即為類神經網路之管制上下限。

4. 績效評估

本研究以 Lucas & Saccucci (1990) 提出的整合性 EWMA 管制圖之研究為比較對象，研究參數 (λ, L) 共有五種不同的組合，分別為 $(0.4, 3.054)$ 、 $(0.25, 2.998)$ 、 $(0.2, 2.962)$ 、 $(0.1, 2.814)$ 和 $(0.05, 2.615)$ ，EWMA 管制圖在此五種組合下 ARL_0 皆為 500 (ARL_0 ：製程未發生偏移之平均連串長度)，本研究的績效評估方法為固定 ARL_0 再比較 ARL_1 。本研究設定的偏移量分為以下八種狀況：

- (1) 製程平均偏移 0.25 倍標準差 (2) 製程平均偏移 0.50 倍標準差
- (3) 製程平均偏移 0.75 倍標準差 (4) 製程平均偏移 1.00 倍標準差
- (5) 製程平均偏移 1.50 倍標準差 (6) 製程平均偏移 2.00 倍標準差
- (7) 製程平均偏移 2.50 倍標準差 (8) 製程平均偏移 3.00 倍標準差

針對每一種參數組合，將模擬產生的八種異常製程數據分別放到類神經網路及 EWMA 管制圖執行 10000 次之後求 ARL_1 。

為使績效評估基準相同，本研究根據 Lucas & Saccucci (1990) 的 EWMA 管制圖修改製程數據並重新模擬，因此本研究的模擬結果有兩個，一個是 EWMA 管制圖的 ARL_1 ，而另外一個是 EWMA 統計量結合類神經網路的 ARL_1 ，如表 3 所示。

表 3. EWMA 與 NN 之 ARL 比較表

Shift in Mean	$L=3.054$ $\lambda=0.40$		$L=2.998$ $\lambda=0.25$		$L=2.962$ $\lambda=0.20$		$L=2.814$ $\lambda=0.1$		$L=2.615$ $\lambda=0.05$	
	EWMA	NN	EWMA	NN	EWMA	NN	EWMA	NN	EWMA	NN
0	500.00	500.00	500.00	500.00	500.00	500.00	500.00	500.00	500.00	500.00
0.25	231.68	163.25	179.78	158.16	160.94	155.60	115.79	143.88	91.81	115.66
0.50	83.61	42.94	62.29	38.52	55.18	40.91	45.07	38.37	41.29	37.20
0.75	43.73	22.13	34.88	22.60	32.93	21.88	30.21	19.99	30.22	19.85
1.00	29.31	16.80	26.32	16.12	25.70	16.45	25.19	14.47	25.47	14.54
1.50	21.41	12.73	20.95	10.37	20.87	11.85	21.34	11.91	21.65	11.95
2.00	19.08	7.53	19.18	8.16	19.34	10.82	19.74	9.93	19.90	9.79
2.50	18.18	6.79	18.33	6.73	18.48	9.73	18.85	8.71	19.04	8.51
3.00	17.68	6.61	17.87	5.88	18.00	8.94	18.31	7.85	18.39	7.61

比較表 3 可得知， (λ, L) 組合為 $(0.40, 3.054)$ 、 $(0.25, 2.998)$ 及 $(0.20, 2.962)$ 時 EWMA 統計量結合類神經網路不管是偵測大偏移或偵測小偏移，其偵測能力皆明顯優於 EWMA 管制圖； (λ, L) 組合為 $(0.10, 2.814)$ 及 $(0.05, 2.615)$ 時 EWMA

統計量結合類神經網路在製程平均偏移 0.25 倍標準差的偵測能力輸給 EWMA 管制圖，但是製程平均偏移 0.5 倍標準差之後 EWMA 統計量結合類神經網路的偵測能力皆優於 EWMA 管制圖。

(λ, L) 組合為 $(0.10, 2.814)$ 及 $(0.05, 2.615)$ ，製程平均偏移 0.25 倍標準差的情況下，EWMA 統計量結合類神經網路偵測能力輸給 EWMA 管制圖最主要的原因是因為參數 λ 。由公式 (1) 可得知， λ 較大代表 EWMA 統計量 z 值較注重目前抽樣的結果， λ 較小代表 EWMA 統計量 z 值較注重過去抽樣的結果。針對神經網路結合 EWMA 統計量， λ 值小且製程平均偏移小於 0.25 倍標準差的時候，由於製程平均偏移幅度過小，導致 EWMA 統計量經過類神經網路計算後其輸出值不容易超出類神經網路的管制界線，因此績效較差。雖然 EWMA 統計量結合類神經網路在 λ 值小於 0.2、製程平均偏移小於 0.25 倍標準差時偵測能力較差，但在其他 (λ, L) 組合下，EWMA 統計量結合類神經網路不僅提升偵測製程平均發生大偏移時的敏感度且能維持原先偵測小偏移的能力，有效地提升管制績效。

5. 結論

本研究發展一個 EWMA 統計量結合類神經網路監控製程平均之偵測系統，改善 EWMA 管制圖在偵測製程平均小偏移時較靈敏，但偵測製程平均大偏移較不靈敏的問題。研究結果發現除了製程平均小偏移（0.25 倍標準差）及 λ 值小（小於 0.2）的情形下，EWMA 統計量結合類神經網路在各個不同 (λ, L) 組合下的偵測能力均明顯優於 EWMA 管制圖，這證明類神經網路不僅能幫助 EWMA 管制圖提升偵測製程平均發生大偏移時的敏感度，在偵測製程平均發生小偏移時的效果也有改善。本研究僅針對製程平均偏移量為已知的情況下，比較管制圖的 ARL_1 偵測績效。但是現實生活中，製程平均的偏移量通常都是未知的，因此未來可研究以類神經網路結合管制圖判斷製程平均偏移量及偏移方向。

誌謝

此篇文章能夠順利完成，首先要感謝的是古東源老師，多謝老師辛苦的指導。再來要感謝邱靜娥老師及陳世輝老師，謝謝你們常常撥出時間跟我 meeting，提供寶貴的建議，讓本篇文章能更加嚴謹。最後要感謝郭岑伊學姊，因為妳的關係才有這篇文章，在此表達由衷的感謝！！

參考文獻

1. Cheng, C. S., 1994, "Detecting changes in the process mean using artificial neural networks approach," Journal of Chinese Institute of Industrial Engineers, 11, 47-54
2. Chang, S. I. and Aw, C. A., 1996, "A neural fuzzy control chart for detecting and classifying process mean shifts," International Journal of Production Research, 34, 2265-2278
3. Cheng, C. S. and Cheng, S. S., 2001, "A neural network-based procedure for the monitoring of exponential mean," Computer and Industrial Engineering, 40, 309-321
4. Lucas, J. M. and Saccucci, M. S., 1990, "Exponentially weighted moving average control schemes: properties and enhancements," Technometrics, 32, 1-12
5. Pugh, G. A., 1989, "Synthetic neural networks for process control," Computers and Industrial Engineering, 17, 24-26
6. Roberts P. B., 1959, "Control chart tests based on geometric moving averages," Technometrics, 1, 239-250